

Foliazioni e Gruppoidi, un'introduzione

Alessandro Fermi

Novembre 2010

Abstract

In geometria, una classe di spazi *singolari* molto interessante è rappresentata dalle cosiddette *varietà foliate*.

Data una varietà liscia M , una foliazione regolare \mathcal{F} su M è una partizione della varietà in sottovarietà di dimensione costante. Se la foliazione è di classe C^∞ , essa è completamente determinata da un sottofibrato F del fibrato tangente TM . Questo è il contenuto del teorema di Frobenius, che andremo ad enunciare.

Fibrati differenziabili $\pi : M \rightarrow B$ definiscono in modo naturale una foliazione su M , dove le foglie sono esattamente le fibre della fibrazione. Un'altra classe di esempi è costituita dai laterali sinistri (destri) di un sottogruppo di Lie connesso H di un gruppo di Lie G .

Ad una varietà foliata sono naturalmente legati diversi gruppoidi che codificano molte informazioni geometriche e dinamiche della foliazione. La nozione di *gruppoide* si è rivelata un concetto unificante per lo studio di spazi non facilmente trattabili con tecniche classiche di topologia e geometria differenziale. In questo seminario tratteremo le proprietà elementari di questi oggetti e in particolar modo studieremo i gruppoidi associati a varietà foliate.