

Rational tangles

Si tratta di una semplice "danza", che comprende 3, e solo tre, semplici passi. L'idea è dovuta al noto matematico John Horton Conway, ispirata da lavori sulla teoria dei nodi, poi divulgata soprattutto ad opera di Tom Davis. L'argomento è stato studiato da altri matematici, come Louis Kauffman e James Tanton.

Cosa ci serve?

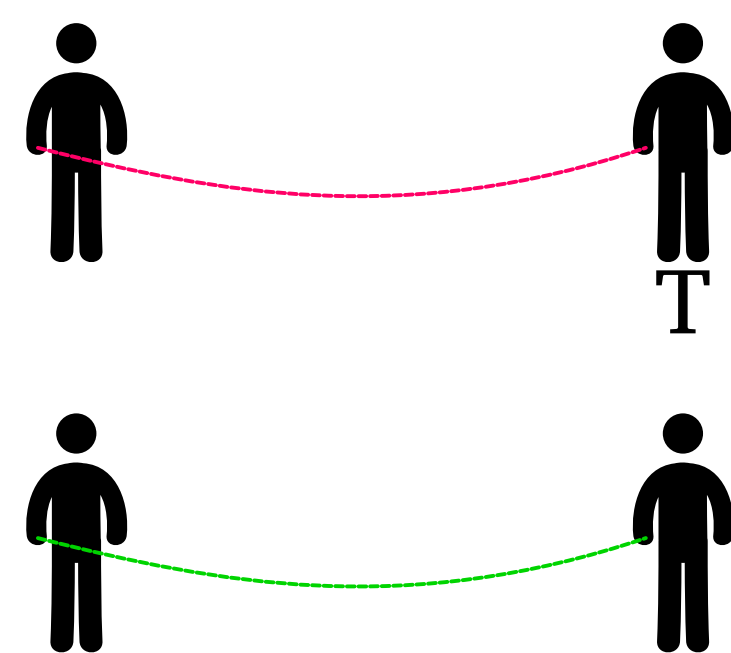
Lo scopo è la creazione di un nodo tra due corde, i cui capi sono tenuti da quattro volontari.

Per la danza abbiamo quindi bisogno di:

- ▶ quattro volontari
- ▶ due corde
- ▶ il pubblico

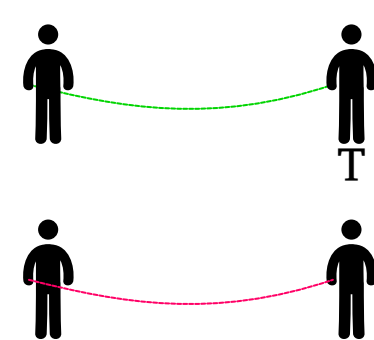
Partiamo!

In questa danza non ci sono partecipanti privilegiati (per questo li indichiamo tutti con lo stesso omino!) e neanche una corda è diversa dall'altra (il colore diverso ci serve solo a visualizzare meglio il nodo). Esiste una posizione privilegiata che indichiamo con il simbolo T.



La disposizione iniziale (con le due corde disposte parallelamente tra loro e non intrecciate) verrà chiamata *configurazione zero*.

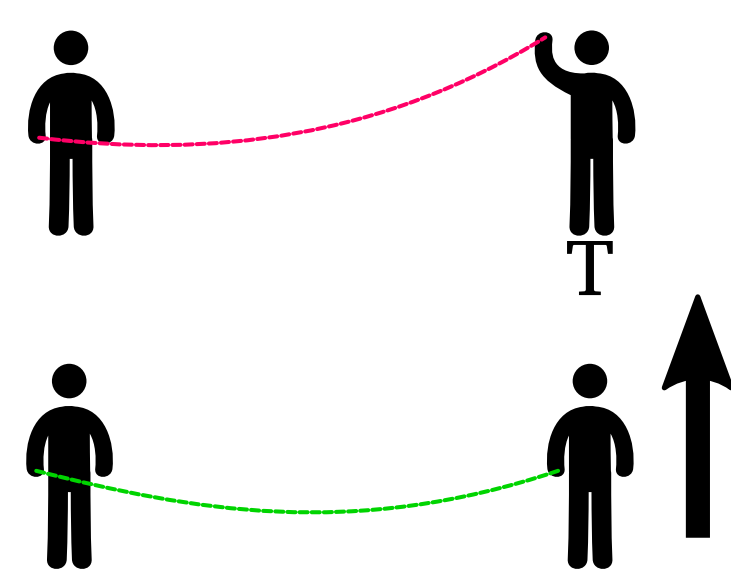
Ricordiamo che il colore della corda non conta: anche questa è la configurazione zero!



Man mano che si procede, alle configurazioni che si incontrano verranno associati numeri razionali positivi o negativi.

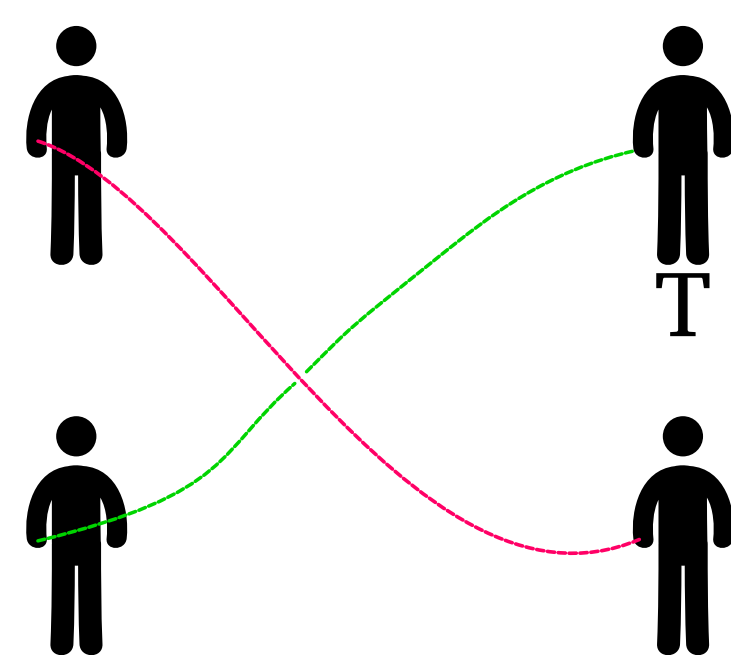
Il Twist

Il primo passo di danza coinvolge in maniera diretta il volontario che si trova nella posizione con il simbolo T. Questa è appunto una posizione privilegiata: è l'unica posizione della danza in cui il volontario alza la corda e il volontario che è parallelo a lui dall'altra parte della posizione T passa sotto la corda e i due si scambiano di posizione. Gli altri due volontari non fanno nulla.



Questo passo viene ripetuto più volte nel corso della danza e coinvolge sempre le stesse posizioni (quelle a destra del nostro schema) e i volontari che le occupano: sempre con la stessa dinamica.

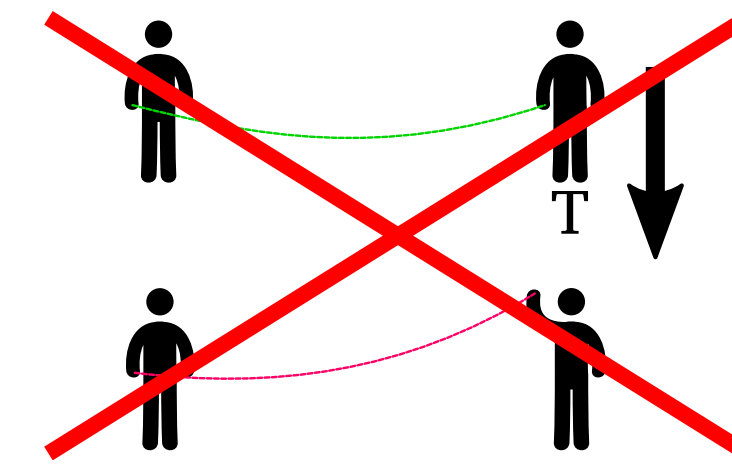
Ecco il risultato di un *twist*:



Quanti intrecci si sono creati?

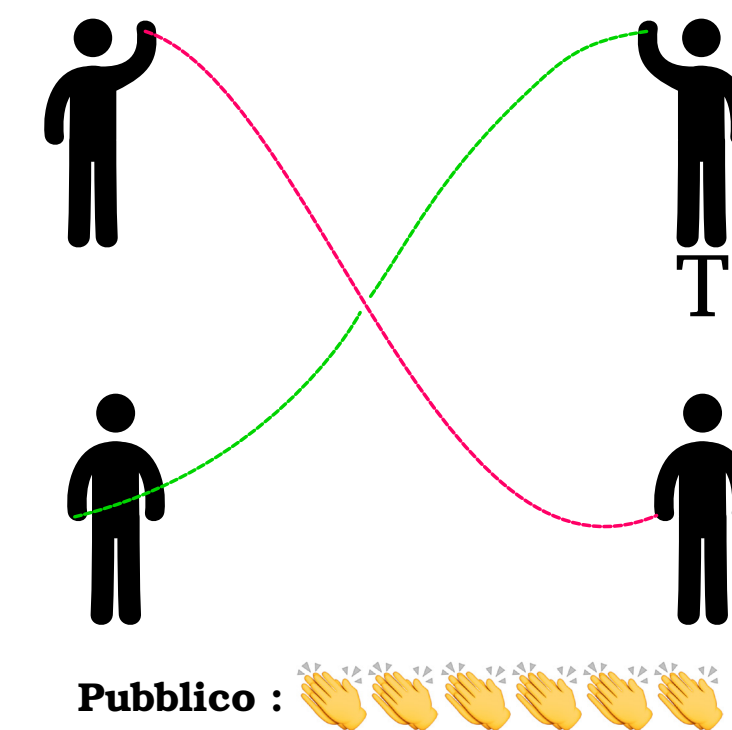
Assolutamente vietato: creare passi di danza!

Attenzione! Non esiste un passo di danza (diciamo un *untwist*) che corrisponda al contrario del twist.



Coinvolgiamo il pubblico: display!

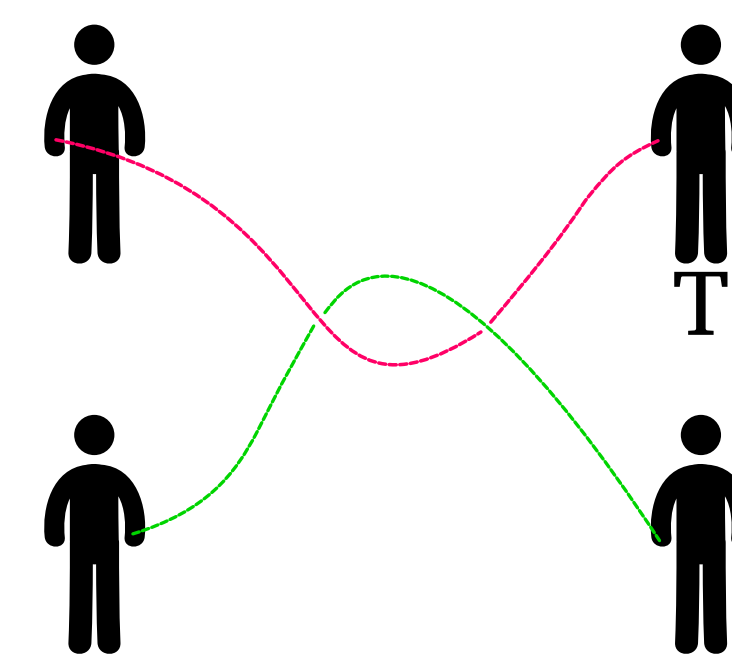
Dopo aver fatto un twist, spieghiamo il secondo passo di danza: *display*. I volontari più lontani dal pubblico sollevano in alto le corde in modo da mostrare la configurazione: il pubblico applaude!



È chiaro che questa non è una vera e propria mossa: non modifica per nulla la disposizione delle corde, ma serve a mostrare al pubblico l'intreccio che si è formato tra le corde. Anche in matematica conosciamo "operazioni" che non fanno nulla: sommare zero, moltiplicare per uno, ...

Facciamo un altro twist!

Se dopo aver fatto un twist, ne facciamo un altro, otteniamo:



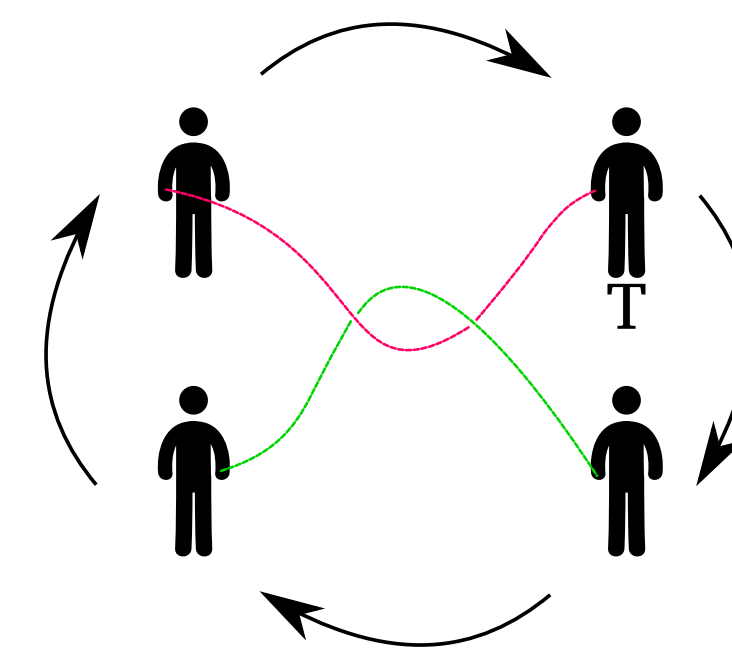
Ora quanti intrecci ci sono?

Sapresti associare al twist un'operazione matematica?

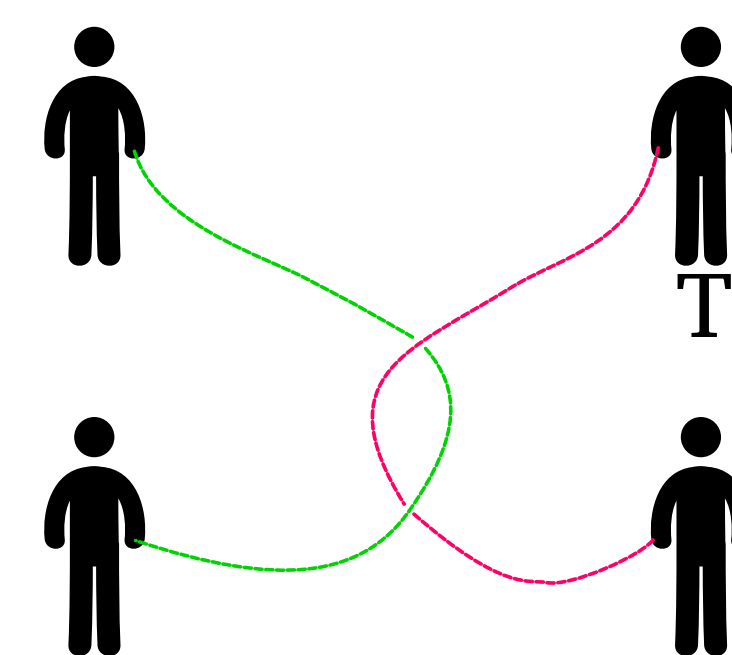
Rotate: un passo che coinvolge tutti i danzatori!

Il terzo passo di danza si chiama *rotate*: i volontari ruotano in senso orario (osservandoli dall'alto) e cambiano tutti posizione.

Se partiamo da due twist:



il risultato che si ottiene dopo un rotate è:



Capire che operazione può descrivere il rotate, non è così semplice: prova prima a pensare come sciogliere (ovvero tornare nella configurazione zero) uno o due twist con i passi di danza che hai imparato.

Sapresti associare ora al rotate un'operazione matematica?