

Un'infinità di forme

Uno dei più antichi problemi in geometria richiede quali forme possano ricoprire il piano. I dipinti di Escher illustrano la straordinaria varietà di possibili forme che possono fare ciò.



Figura: Un dipinto di Escher

Il problema diventa matematicamente interessante se si considerano ad esempio solo poligoni convessi. Gli unici poligoni convessi che possono tassellare il piano sono tutti i triangoli, tutti i quadrilateri, 15 pentagoni e 3 tipi di esagoni.

Matematica "casalinga"

Nel 1975 Martin Gardner scrisse su Scientific American riguardo alle tassellazioni elencandone una lista. La casalinga Marjorie Rice lesse l'articolo e provò a cimentarsi nella ricerca di nuove forme pentagonali. I suoi famigliari raccontavano di vederla spesso in cucina a disegnare schizzi con nuove forme. Rice, che studio solo un anno matematica alle superiori, scoprì nuove famiglie di tasselli pentagonali. Rice è morta il 2 di luglio di quest'anno all'età di 94 anni senza poter apprendere che la ricerca sulle forme pentagonali poteva dirsi conclusa.

Tassellazioni aperiodiche

Gli esperti sostengono che ci sono buone ragioni per credere nell'esistenza di una forma in grado di ricoprire il piano in modo non periodico: la chiamano "einstein" (dal tedesco "una pietra"). Si conoscono già tassellazioni non periodiche composte però da almeno due forme distinte (i tasselli di Penrose ne sono un esempio).

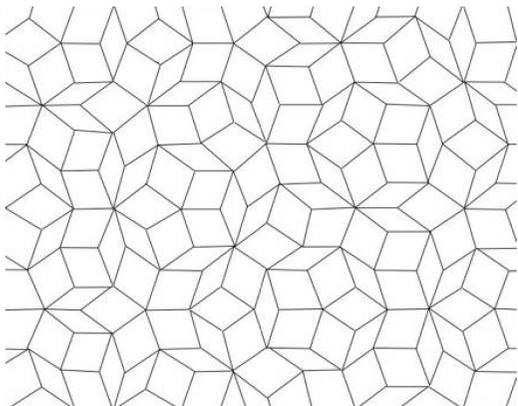


Figura: Tasselli di Penrose

Riferimenti

[1] Natalie Wolchover. Pentagon Tiling Proof Solves Century-Old Math Problem, 2017.

I poligoni regolari

Abbiamo familiarità con tassellazioni costituite da triangoli equilateri, quadrati, o esagoni regolari. Queste sono le tre tassellazioni regolari: ognuna di esse è formata da copie dello stesso poligono regolare e ricoprono il piano senza lasciare buchi e senza sovrapposizioni.

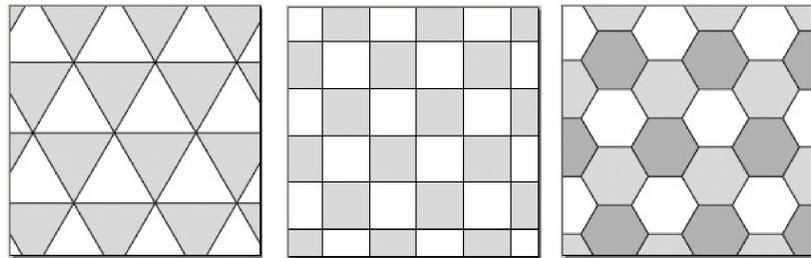


Figura: Poligoni regolari

Perché non ci sono tassellazioni di pentagoni regolari? Perché non possono esistere. Un pentagono regolare ha angoli interni di 108° . Se proviamo a disporre tre pentagoni intorno ad un punto colmiamo un angolo di $3 \times 108^\circ = 324^\circ$, che è meno dell'angolo giro e non può essere riempito con un altro pentagono.

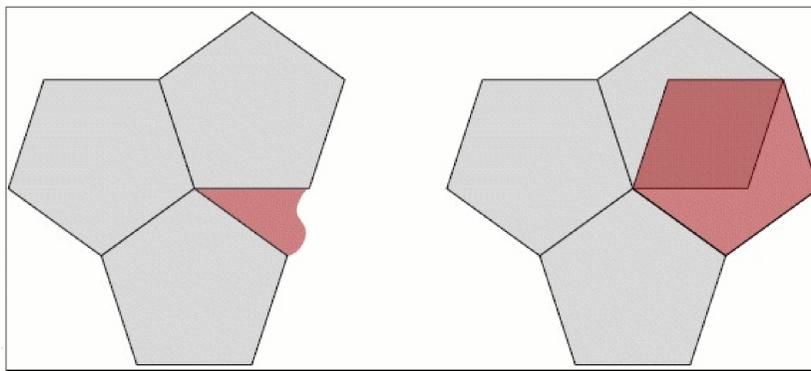


Figura: Tassellazione impossibile

I pentagoni

Una recente dimostrazione di Michaël Rao ha finalmente completato la classificazione dei poligoni convessi (non necessariamente regolari) che tassellano il piano. La peculiarità dei tasselli pentagonali è che sono stati i più ostici da trovare.

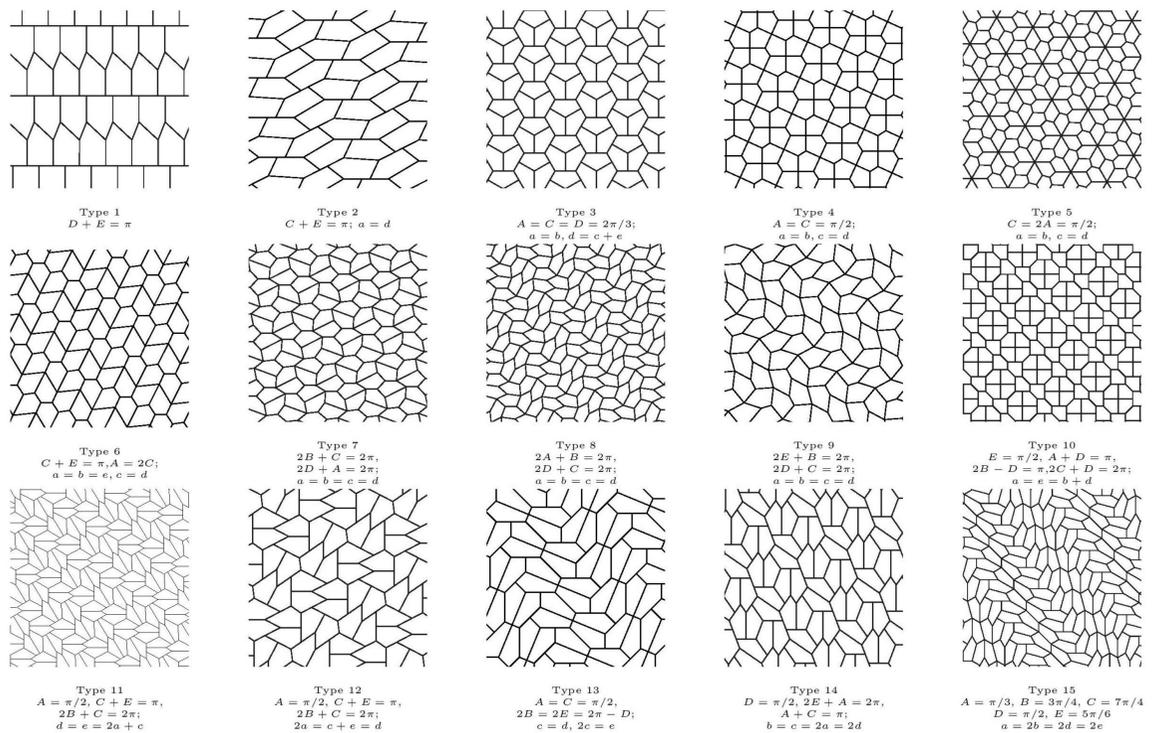


Figura: I 15 pentagoni convessi che tassellano il piano

I primi 5 pentagoni furono scoperti dal matematico tedesco Reinhardt nel 1918, successivamente Kershner ne scoprì altri 3. Nel 1975 Martin Gardner divulgò nella sua rubrica su Scientific American queste scoperte e una casalinga di San Diego trovò così nuove tassellazioni. La lista salì a 13 e, nel 1985, a 14. Infine, nel 2015, Casey Mann, un professore di matematica dell'università di Washington e i suoi collaboratori scoprirono un ulteriore pentagono.