

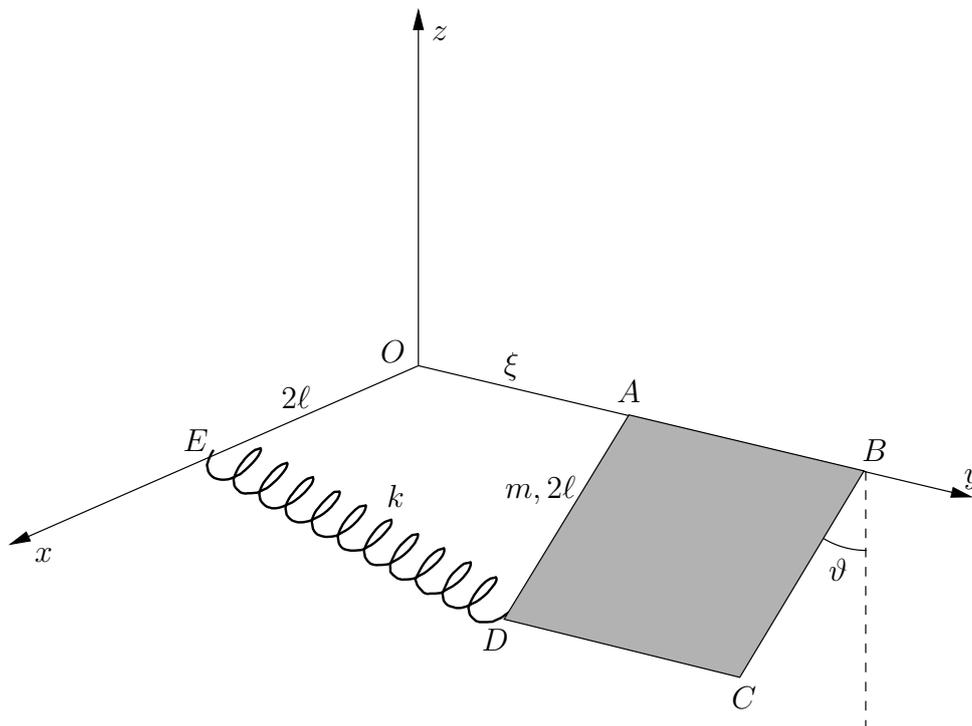
**Prova scritta di Meccanica Analitica**  
**Appello del 31 maggio 2019**

I) Un lamina quadrata omogenea  $ABCD$  di lato  $2\ell$  e massa  $m$  è libera di ruotare attorno al suo lato  $AB$ , che scorre sull'asse  $y$  di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ .

Sul vertice  $D$  della lamina agisce una forza elastica di coefficiente  $k > 0$  e polo il punto  $E$  di coordinate  $(2\ell, 0, 0)$ .

Tutto il sistema è soggetto alla forza di gravità. Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema;
2. discuterne la stabilità in funzione del parametro meccanico  $\lambda$ ;
3. determinare la lagrangiana del sistema;
4. scrivere la lagrangiana approssimata attorno a una posizione di equilibrio stabile.



II) Un corpo rigido piano è formato da:

- un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  con densità *quadratica* crescente da  $A$  verso  $B$ ;
- due triangoli emiequilateri omogenei, ognuno di massa  $m$ , con base comune  $OB$ .

Sapendo che  $O$  è il baricentro dell'asta, si determini la matrice d'inerzia del corpo rigido nel sistema di riferimento indicato.

