

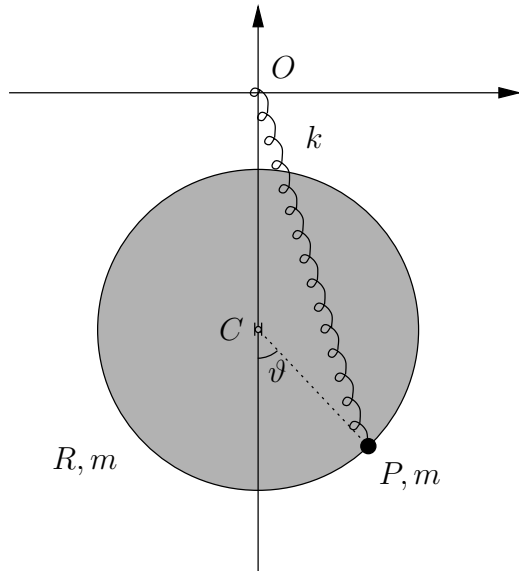
## Prova scritta di Meccanica Analitica - 14 gennaio 2022

I) Un corpo rigido piano è formato da un disco di massa  $m$  e raggio  $R$  a cui è saldato sul bordo un punto materiale  $P$  di massa  $m$ .

Il corpo rigido si muove in un piano verticale, in modo che il centro  $C$  del disco possa scorrere sull'asse verticale di un sistema di riferimento  $Oxy$  e il disco possa ruotare attorno ad esso.

Una forza elastica di coefficiente  $k > 0$  e polo l'origine  $O$  agisce sul punto  $P$  e tutto il sistema è sottoposto alla forza peso. Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{kR}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del corpo rigido al variare di  $\lambda$ ;
2. studiare la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare di  $\lambda$ ;
3. determinare l'energia cinetica del sistema e la sua matrice di rappresentazione  $\mathbb{K}$  rispetto alle coordinate lagrangiane.



II) Si calcoli la matrice d'inerzia della lamina piana in figura, a forma di trapezio isoscele, che ha gli angoli alla base di  $45^\circ$  e l'altezza congruente alla base minore, rispetto al sistema di riferimento indicato (l'asse  $z$  è ortogonale al piano del foglio). La lunghezza della base minore è  $\ell$  e la massa della lamina è  $4m$ .

