

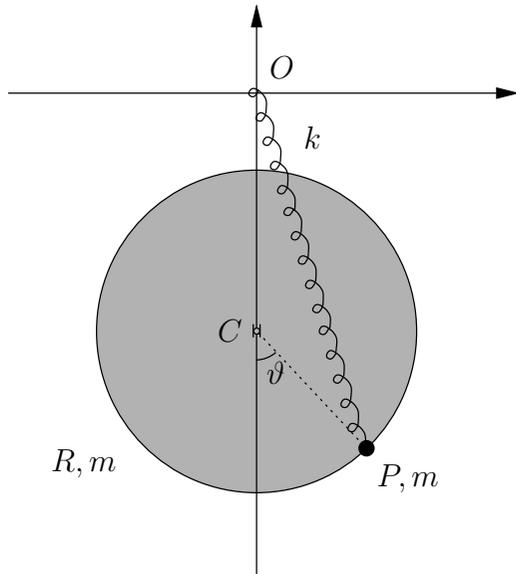
Prova scritta di Meccanica Analitica - 14 gennaio 2022

I) Un corpo rigido piano è formato da un disco di massa m e raggio R a cui è saldato sul bordo un punto materiale P di massa m .

Il corpo rigido si muove in un piano verticale, in modo che il centro C del disco possa scorrere sull'asse verticale di un sistema di riferimento Oxy e il disco possa ruotare attorno ad esso.

Una forza elastica di coefficiente $k > 0$ e polo l'origine O agisce sul punto P e tutto il sistema è sottoposto alla forza peso. Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{kR}$, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del corpo rigido al variare di λ ;
2. studiare la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare di λ ;
3. determinare l'energia cinetica del sistema e la sua matrice di rappresentazione \mathbb{K} rispetto alle coordinate lagrangiane.



II) Si calcoli la matrice d'inerzia della lamina piana in figura, a forma di trapezio isoscele, che ha gli angoli alla base di 45° e l'altezza congruente alla base minore, rispetto al sistema di riferimento indicato (l'asse z è ortogonale al piano del foglio). La lunghezza della base minore è ℓ e la massa della lamina è $4m$.

