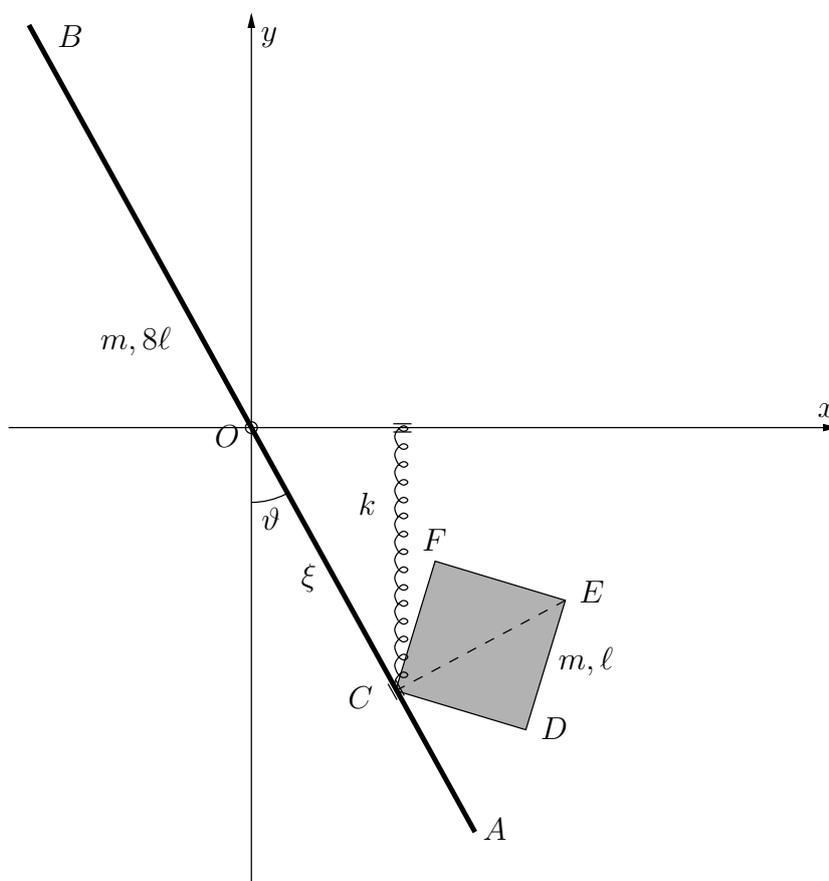


UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 15 luglio 2022

I) In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa m e lunghezza 8ℓ è libera di ruotare attorno al suo baricentro fisso in O , origine di un riferimento cartesiano ortogonale Oxy . Una lamina quadrata $CDEF$ di lato ℓ e massa m è vincolata a muoversi nel piano in modo che il suo vertice C stia sull'asta AB e la diagonale CE stia sempre perpendicolare all'asta.

Su tutto il sistema agisce la forza peso e su C agisce una forza elastica sempre verticale di coefficiente $k > 0$ e polo sull'asse x . Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema; discuterne la stabilità;
2. scrivere l'energia cinetica del sistema;
3. scrivere la lagrangiana linearizzata attorno ad ogni posizione di equilibrio (anche se instabile).



II) Determinare per quali valori di $k, \alpha > 0$ la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = kp^\alpha \sin q \\ P(q, p) = kp^\alpha \cos q \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo $F_1(q, Q)$.