

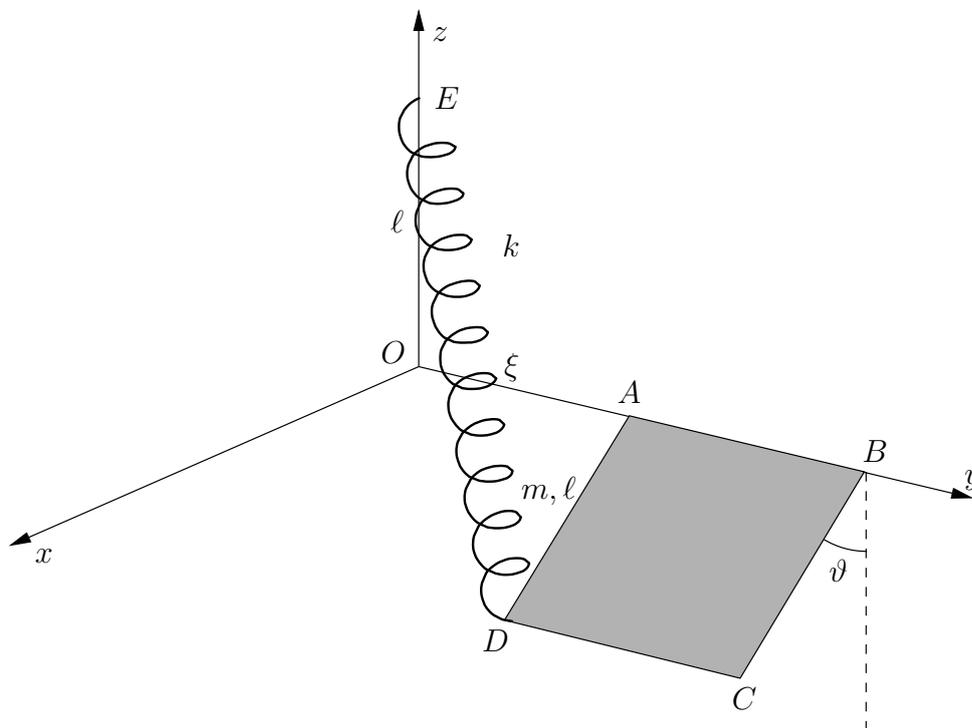
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
Prova scritta di Meccanica Analitica - 2 settembre 2022

I) Un lamina quadrata omogenea  $ABCD$  di lato  $\ell$  e massa  $m$  è libera di ruotare attorno al suo lato  $AB$ , che scorre sull'asse  $y$  di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$ .

Sul vertice  $D$  della lamina agisce una forza elastica di coefficiente  $k > 0$  e polo il punto  $E$  di coordinate  $(0, 0, \ell)$ .

Tutto il sistema è soggetto alla forza di gravità. Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema;
2. discuterne la stabilità in funzione del parametro meccanico  $\lambda$ ;
3. determinare la lagrangiana del sistema e le equazioni differenziali del moto.



II) Determinare per quali valori di  $k, \alpha > 0$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = kp^\alpha e^{q/2} \\ P(q, p) = kp^\alpha e^{-q/2} \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo  $F_2(q, P)$ .