

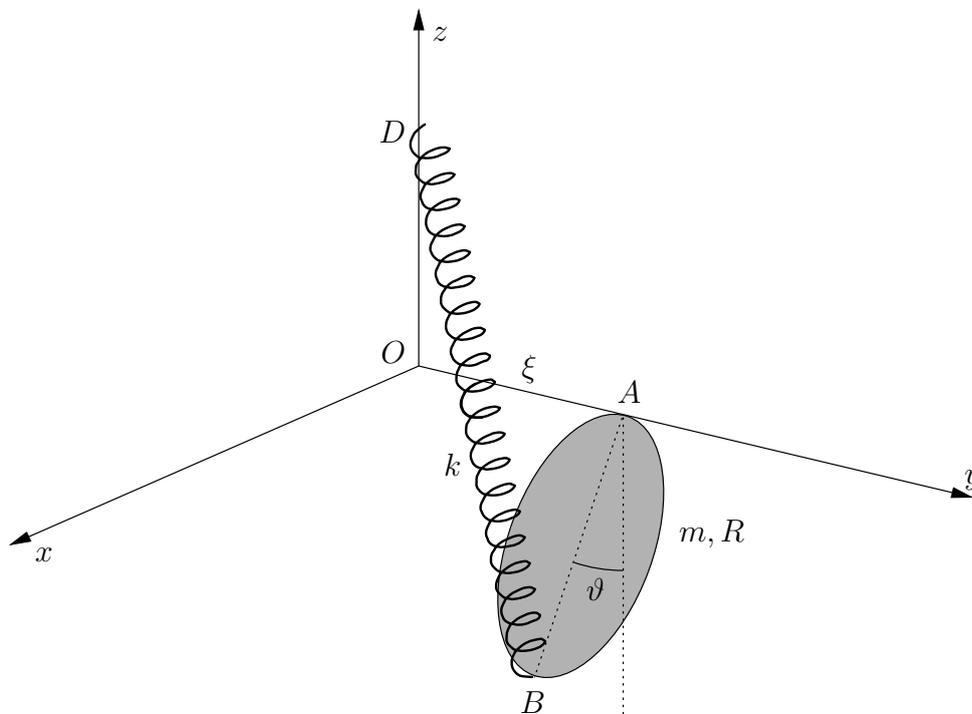
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
**Prova scritta di Meccanica Analitica - 10 febbraio 2023**

I) Un disco omogeneo di massa  $m$  e diametro  $AB = 2R$  rotola senza strisciare sull'asse  $y$  di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale  $Oxyz$  e resta sempre complanare a tale asse.

Tutto il sistema è soggetto alla forza di gravità e sul punto  $B$  del bordo del disco agisce una forza elastica di polo il punto  $D$  di coordinate  $(0, 0, 2R)$  e coefficiente  $k > 0$ .

Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{kR}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del corpo rigido;
2. discuterne la stabilità al variare di  $\lambda$ ;
3. trovare l'energia cinetica del corpo rigido e scrivere i coefficienti della matrice dell'energia cinetica.



II) Determinare per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{R}$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = p^{1/3} \exp(-q/3) \\ P(q, p) = \alpha p^{2/3} \exp(q/3) \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo  $F_1(q, Q)$ .