

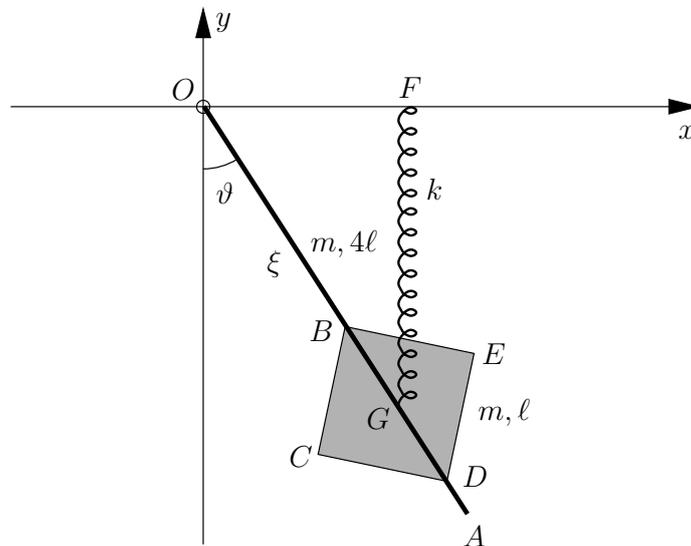
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 30 giugno 2023

I) Un sistema meccanico piano è formato da un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza 4ℓ su cui scorrono gli estremi B e D di una lamina quadrata omogenea $BCDE$ di massa m e lato ℓ , in modo che il centro G del quadrato non possa mai abbandonare l'asta. L'estremo O è vincolato nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy e l'asta è libera di ruotare attorno ad esso.

Tutto il sistema è soggetto alla forza di gravità e sul centro G della lamina agisce una forza elastica sempre verticale di polo il punto F sull'asse x e coefficiente $k > 0$.

Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$, si chiede di:

1. trovare tutte le posizioni di equilibrio del sistema e discuterne la stabilità al variare di λ ;
2. discutere l'esistenza di posizioni di equilibrio di confine;
3. scrivere l'energia cinetica del sistema e la matrice \mathbb{K} dell'energia cinetica;



II) Si calcoli la matrice d'inerzia della figura, formata da un disco omogeneo di massa m e raggio ℓ e da due aste omogenee, ognuna di massa m e lunghezza $\ell\sqrt{2}$, rispetto al sistema di riferimento indicato.

Si calcoli poi il momento d'inerzia della figura rispetto alla bisettrice $y = x$, tratteggiata in figura.

