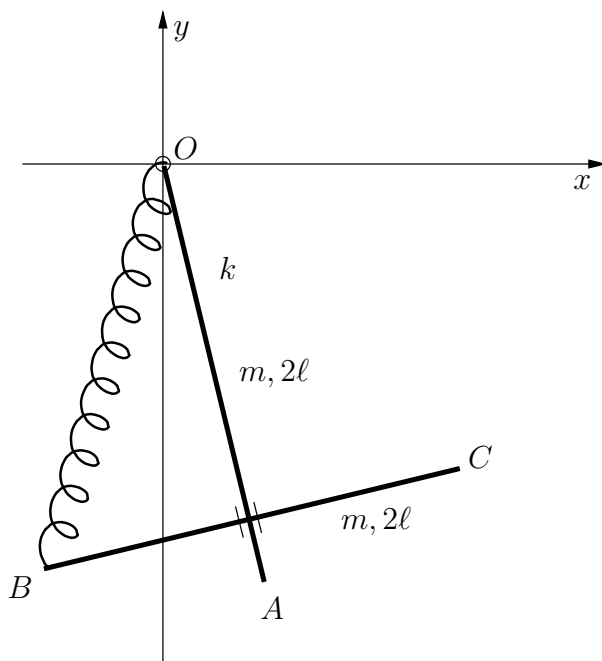


UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
Prova scritta di Meccanica Analitica - 14 luglio 2023

I) Un sistema meccanico piano è formato da due aste omogenee, entrambe di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$ . L'asta  $OA$  è libera di ruotare attorno al suo estremo fisso  $O$ , centrato in un riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ , e su tale asta scorre il centro  $G$  di una seconda asta  $BC$  uguale alla prima e che resta sempre ortogonale a  $OA$ , come in figura.

Su tutto il sistema agisce la forza peso e sull'estremo  $B$  agisce una forza elastica di coefficiente  $k > 0$  e polo l'origine. Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema e discuterne la stabilità in funzione di  $\lambda$ ;
2. trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
3. determinare l'energia cinetica del sistema e le equazioni differenziali del moto.



II) Determinare per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = kp \\ P(q, p) = p^3 - 2q \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo  $F_2(q, P)$ .

Nel caso in cui si abbia l'hamiltoniana  $\mathcal{H}(q, p) = \frac{p^2}{2} + q$ , qual è l'espressione di  $\tilde{\mathcal{H}}(Q, P)$ ?