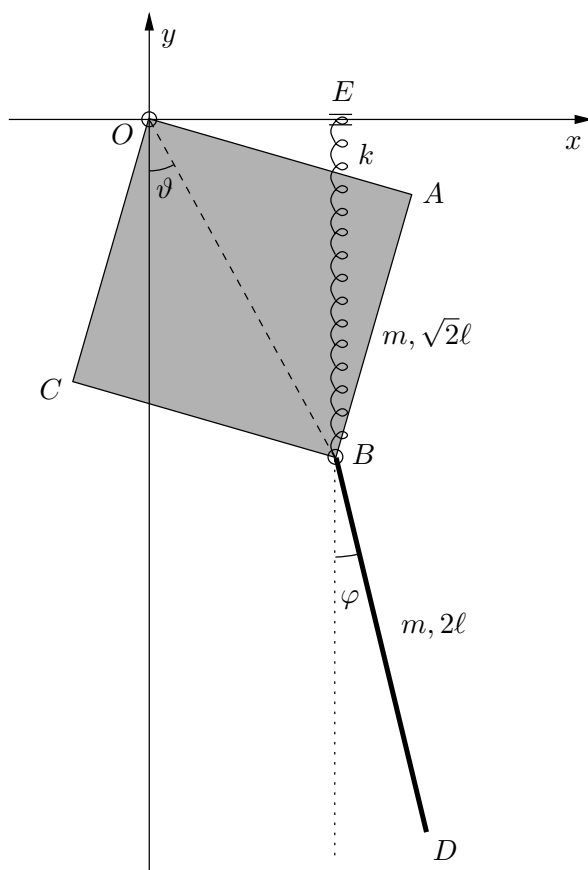


UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE  
**Prova scritta di Meccanica Analitica - 8 settembre 2023**

I) Una lamina quadrata  $OABC$  omogenea di massa  $m$  e lato  $\sqrt{2}\ell$  è libera di ruotare attorno al suo vertice fisso  $O$ , origine di un riferimento cartesiano ortogonale  $Oxy$ . Al vertice  $B$  della lamina opposto ad  $O$  è agganciato l'estremo di un'asta omogenea  $BD$ , di massa  $m$  e lunghezza  $2\ell$ , libera di ruotare attorno a  $B$ .

Su tutto il sistema agisce la forza peso e sul vertice  $B$  agisce una forza elastica sempre verticale di coefficiente  $k > 0$  e polo  $E$  sull'asse  $x$ . Supposti i vincoli lisci e posto  $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$ , si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio del sistema in funzione di  $\lambda$ ;
2. discuterne la stabilità;
3. determinare l'energia cinetica del sistema e scrivere le equazioni del moto.



II) Si verifichi che la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = \log(q^2 p) \\ P(q, p) = qp \end{cases}$$

è canonica e se ne trovi una funzione generatrice del tipo  $F_2(q, P)$ .