

Prova scritta di Sistemi Dinamici
Appello dell'11 settembre 2015

1. Si trovi la soluzione dell'equazione

$$\frac{\partial P}{\partial t} + x \frac{\partial P}{\partial x} = P$$

con dato iniziale $P(0, x) = 1/x$ ($x > 0$).

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla di

$$\begin{cases} \dot{x} = z^2 \\ \dot{y} = -y \\ \dot{z} = -zx. \end{cases}$$

Cosa si può dire sulla stabilità delle altre soluzioni di equilibrio?

3. Due prezzi P_1, P_2 seguono la legge di evoluzione

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(k - P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(P_1 - k). \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del sistema dinamico e se ne discuta la stabilità al variare del parametro k .

Nel caso $k = 1$ si trovi poi il periodo delle soluzioni del sistema linearizzato attorno alla posizione di equilibrio stabile.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \sqrt{\alpha x_h + \beta} \quad \text{per } x \geq 0$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $\alpha, \beta \geq 0$.

Si studi poi il valore dell'espressione

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}}}$$