

Prova scritta di Sistemi Dinamici
Appello del 12 febbraio 2016

1. Il prodotto interno lordo u di uno stato segue l'equazione del primo ordine

$$(t^2 + 1) \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial u}{\partial x} = t$$

e vale $u(0, x) = x + 1$ all'istante iniziale. Determinare $u(t, x)$.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 + y \sin^2 y \\ \dot{y} = -x - \sin y \end{cases}$$

3. I prezzi P_1 e P_2 di due beni in concorrenza sul mercato seguono la legge

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(4 - 2P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(3P_1 - 6) \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del mercato e se ne discuta la stabilità.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = 1 + \frac{k}{x_h} \quad \text{per } x_h \neq 0$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si studi poi il valore dell'espressione

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h$$

nel caso $k = 1$, $x_0 = 1$.