

## Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 9 giugno 2017

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(x - \mu^2)(\mu - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Studiare la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + z \\ \dot{y} = -y^3 x^2 - y \\ \dot{z} = -x^2 \sin x - z^3. \end{cases}$$

3. Due popolazioni  $x$  e  $y$  si evolvono secondo il modello

$$\begin{cases} \dot{x} = x(-\log x + k \log y) \\ \dot{y} = y(k \log x - \log y) \end{cases}$$

dove  $k$  è un parametro reale. Si trovino le posizioni di equilibrio del modello e se ne discuta la stabilità al variare del parametro.

Che cosa succede per  $k = \pm 1$ ?

4. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = y_h - x_h \\ y_{h+1} = kx_h + y_h \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

Nel caso  $k = 0$  si dica se esistono orbite limitate.