

Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 30 giugno 2017

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(1 + \mu - |x|)(1 - \mu^2 - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Studiare la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = -x^3 + \log(1 + z) \\ \dot{z} = -y - z^3. \end{cases}$$

Che cosa si può dire sulla stabilità asintotica?

3. Si discuta la stabilità delle posizioni di equilibrio e si classifichino le orbite del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = 3(k + 1)x + 2(k + 3)y \\ \dot{y} = -(k + 3)x - 6y \end{cases}$$

dove k è un parametro reale.

Che cosa succede nel caso $k = 0$?

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = 2kx_h^2 - x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si dica poi per quali k il sistema ammette 2-cicli.