

Appello di Sistemi Dinamici
Prova scritta del 22 settembre 2017

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(\mu - x^2)(x - \mu + 2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si calcoli la matrice esponenziale della matrice

$$\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}.$$

3. Dato il sistema differenziale lineare non omogeneo

$$\begin{cases} \dot{x} = (h+2)x + 2y + 1 \\ \dot{y} = -x + (h-1)y + 1 \end{cases}$$

dove h è un parametro reale, se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare del parametro.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = 2x_h^2 - 2kx_h + \frac{1}{2}(k + k^2)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1$ si dica se esistono 2-cicli.