

Appello di Sistemi Dinamici Prova scritta del 15 giugno 2018

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - \mu)(\mu^3 + x - 2\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si trovi l'esponenziale della matrice

$$\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Si trovi poi la soluzione del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x - y \\ \dot{y} = 2x \end{cases}$$

con le condizioni iniziali $x_0 = -1, y_0 = 0$.

3. Si studi la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = -\sin^3 x + \alpha y \end{cases}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

4. Un sistema di Lotka-Volterra discreto è dato da

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h \left(\frac{3}{2} - By_h \right) \\ y_{h+1} = y_h (Cx_h - 1) \end{cases}$$

con $B, C > 0$. Se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare dei parametri.