

**Prova scritta di Sistemi Dinamici**  
**1 febbraio 2019**

1. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -e^x + 1 - y \\ \dot{y} = x^3 - y^3 \end{cases}$$

2. I prezzi  $P_1$  e  $P_2$  di due beni in concorrenza sul mercato seguono la legge

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(1 - P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(P_1 - 2) \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del mercato e se ne discuta la stabilità.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \sqrt{k + x_h}$$

con  $x_0 > 0$  se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $k > 0$ .

Si studi poi il valore dell'espressione

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h$$

nel caso  $k = 2$ ,  $x_0 = 0$ .

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(\mu - \sin x)(2 - \mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.