

Prova scritta di Sistemi Dinamici
31 maggio 2019

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x (\mu^2 - (1 - x^2)^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = \sin y \\ \dot{y} = -x^3 - y^3 \end{cases}$$

Che cosa si può dire delle altre soluzioni di equilibrio?

3. Le variazioni di prezzo $P_1, P_2 \in \mathbb{R}$ di due beni in concorrenza sul mercato seguono la legge

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = kP_1 - P_2 \\ \dot{P}_2 = P_1 - kP_2 \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del mercato e se ne discuta la stabilità.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \frac{\mu x_h}{1 + x_h^2}, \quad h \in \mathbb{N}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $\mu \in \mathbb{R}$.

Che cosa succede per $h \rightarrow \infty$ nel caso $\mu = 2, x_0 = 1/2$? E nel caso $\mu = 2, x_0 = 2$?