

**Prova scritta di Sistemi Dinamici**  
**14 giugno 2019**

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - \mu)(x - 1)(x^2 + \mu^2 - 2\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Un modello di dinamica delle popolazioni di tipo Gomatam è della forma

$$\begin{cases} \dot{x} = x(2 - k \ln x - \ln y) \\ \dot{y} = y(\ln x - 2 - k \ln y) \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

Si discuta la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema.

Che cosa succede nel caso  $k = 0$ ?

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -kx - \log(1 + y) \\ \dot{y} = \sin x - y^3 \end{cases}$$

al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \frac{x_h}{d^2 + x_h^2}, \quad h \in \mathbb{N}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $d \in \mathbb{R}$ .

Che cosa succede nel caso  $d = 0$ ?