

Prova scritta di Sistemi Dinamici 12 luglio 2019

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 + \mu^2 - 1)(x - \mu - 1)(x + \mu + 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studi la stabilità delle soluzioni di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = y - x^2 \\ \dot{y} = -x^2 - y^2 + 2. \end{cases}$$

Si tracci poi il diagramma delle isocline e si provi ad abbozzare il ritratto di fase.

3. In un modello competitivo di dinamica di due popolazioni x e y di tipo Gomatam, il tasso di crescita della specie x segue la legge $1 - \ln y$, mentre quello della specie y segue la legge $2 + \ln x - k \ln y$.

Si chiede di:

- trovare le posizioni di equilibrio e studiarne la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$;
- risolvere il sistema nel caso $k = 2$ con condizioni iniziali $x(0) = 1$, $y(0) = 1$.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = 1 + x_h + de^{x_h}, \quad h \in \mathbb{N}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $d \in \mathbb{R}$.

Che cosa succede nel caso $d = 0$?