

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 26 giugno 2020

1. La dinamica di due popolazioni è descritta dal modello di tipo Gomatam

$$\begin{cases} \dot{x} = x((k-4)\ln x - 2\ln y) \\ \dot{y} = y(5\ln x + (k+2)\ln y). \end{cases}$$

Si studi la stabilità delle sue soluzioni al variare di $k \in \mathbb{R}$, specificando se si tratta di selle, centri, nodi o fuochi, anche nel caso $k = 1$.

Si risolva poi il sistema nel caso $k = 2$ per condizioni iniziali generiche.

2. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = \frac{x_h}{x_h^2 + d}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Si dica poi se esistono 2-cicli nel caso $d = -2$.

3. Dato il sistema in tre variabili

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sin x + z^3 - y^2 \\ \dot{y} = xy \\ \dot{z} = -x - z^3 \end{cases}$$

se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità e l'eventuale stabilità asintotica.