

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 2 settembre 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 1)(\mu + x^2 - 1)(\mu^2 + x^2 - 2\mu + 2x + 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - \sin^3 y \\ \dot{y} = x - ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h^2 - (1 + k)x_h + 2k.$$

Nel caso $k = 0$, si dica se il sistema ammette un 2-ciclo.

4. Si classifichino le orbite del sistema lineare bidimensionale

$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = kx + y \end{cases}$$

distinguendo tra nodi, fuochi, selle e centri.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it