

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 16 settembre 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - 2)(x^2 + \mu - 1)(x^2 - \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - k \sin y \\ \dot{y} = e^x - 1 - y^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h^2 + x_h - k^2.$$

Nel caso $k = 2$, si trovino i 2-cicli del sistema, se esistono.

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = k(-3x_h - 4y_h) \\ y_{h+1} = k(6x_h + 7y_h). \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1/3$ si trovino tutti i punti di equilibrio del sistema e si dica se la posizione nulla è asintoticamente stabile.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it