

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 13 gennaio 2023

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu x - 1)(\mu^2 - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -kx - kxy \\ \dot{y} = kx^2 - y^3 \\ \dot{z} = -z^3 \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{k + x_h^2}{1 + x_h}.$$

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{2}x_h + ky_h \\ y_{h+1} = -x_h - \frac{1}{2}y_h. \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = 1/4$ si trovino tutti i punti di equilibrio del sistema e si dica se la posizione nulla è asintoticamente stabile.