

# UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

## Prova scritta di Sistemi Dinamici 9 giugno 2023

1. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$  del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + (k-1)x_h.$$

Che cosa si può dire dei casi  $k = 0$  e  $k = 1$ ?

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = kx^3 + k \sin y \\ \dot{y} = x^3 + ky \end{cases}$$

al variare del parametro  $k \neq 0$ . Si provi poi a studiare anche il caso  $k = 0$ .

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(1 + k \sin x_h)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

4. Dato il polinomio  $\lambda^2 + 2p\lambda + q$  con  $p, q \in \mathbb{R}$  e

$$|2p| < 1 + q < 2,$$

si mostri che le radici  $\lambda_{1,2}$  hanno modulo (complesso) strettamente minore di 1.