

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici 9 giugno 2023

1. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + (k-1)x_h.$$

Che cosa si può dire dei casi $k = 0$ e $k = 1$?

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = kx^3 + k \sin y \\ \dot{y} = x^3 + ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$. Si provi poi a studiare anche il caso $k = 0$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(1 + k \sin x_h)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

4. Dato il polinomio $\lambda^2 + 2p\lambda + q$ con $p, q \in \mathbb{R}$ e

$$|2p| < 1 + q < 2,$$

si mostri che le radici $\lambda_{1,2}$ hanno modulo (complesso) strettamente minore di 1.