

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici 30 giugno 2023

1. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + x_h^2.$$

Che cosa si può dire del caso $k = 1$?

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = k(e^{-x} - 1) + y^2 \\ \dot{y} = -kxy \end{cases}$$

al variare del parametro $k \neq 0$. Si provi poi a studiare anche il caso $k = 0$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = kx_h(1 - kx_h^2)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Che cosa succede nel caso $k = 0$?

4. Si **dimostri** la regola di Cartesio sul segno della parte reale delle radici per il polinomio

$$\lambda^2 + 2p\lambda + q$$

con $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.