

# UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

## Prova scritta di Sistemi Dinamici

19 gennaio 2024

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu - 2)(x - \mu)(\mu^2 + x^2 - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = kx + kxy \\ \dot{y} = -kx^4 - y^3 \end{cases}$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ .

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$  del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = \frac{1 + kx_h^2}{x_h}.$$

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{2}x_h - y_h \\ y_{h+1} = -kx_h + \frac{1}{2}y_h \end{cases}$$

al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

Nel caso  $k = 1/4$  si trovino poi tutti i punti di equilibrio del sistema.