

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici

6 giugno 2024

1. Discutere la stabilità delle soluzioni di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x(1 - k \log y) \\ \dot{y} = y(\log x - 1) \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, per $x, y > 0$.

2. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu + 1)(x - \mu - 1)(1 - \mu^2 - x^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

3. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto dato da

$$x_{h+1} = x_h(1 + kx_h^2 - kx_h).$$

4. Si studi la stabilità della soluzione nulla del sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = -k \sin x - xy^2 \\ \dot{y} = -y^3 + xy \sin x \end{cases}$$

al variare di $k \in \mathbb{R}$.

5. Si trovino i 2-cicli del sistema dinamico discreto

$$\begin{cases} x_{h+1} = -x_h - x_h y_h \\ y_{h+1} = -y_h + x_h \end{cases}$$