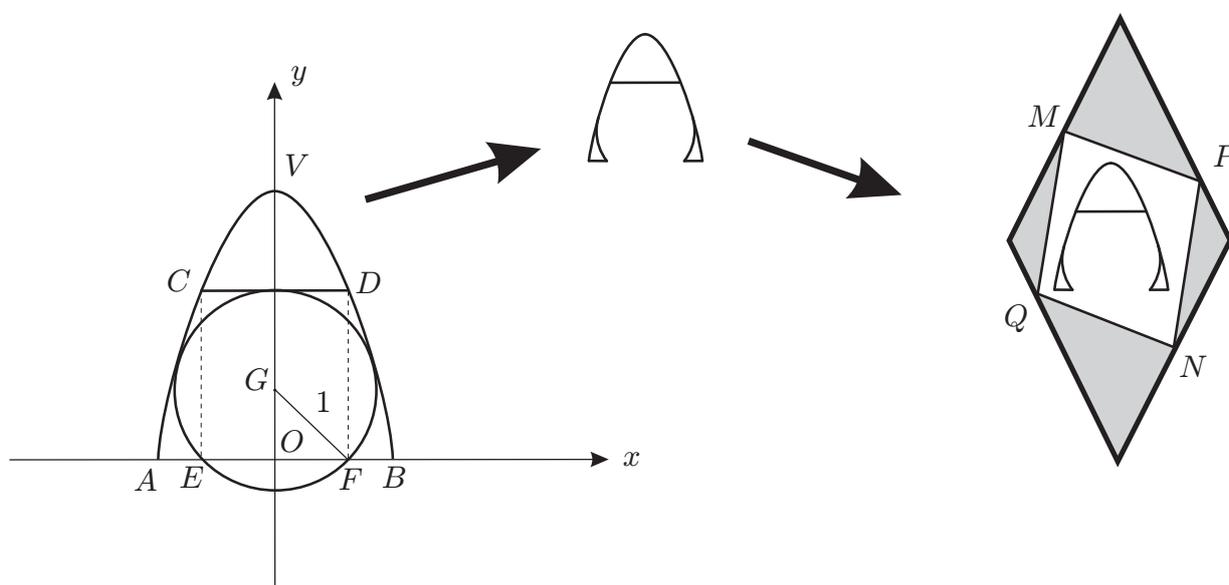


SECONDA PARTE

ISTRUZIONI: Risolvere uno e uno solo dei tre temi (Matematica, Informatica, Fisica)

Matematica: un logo “matematico”

Il logo di una ditta di acciaio (a destra nella figura) si compone di una lettera A inserita in una figura geometrica. La lettera si compone a sua volta di circonferenza, di un segmento e di un arco di parabola. Con riferimento alla figura, si sa che $\overline{CD} = \overline{EF}$, che $\overline{VO} = \frac{3\sqrt{5}}{8}\overline{AB}$, che CD è tangente alla circonferenza di centro G e raggio 1, e infine che la parabola passa per C e D ed è tangente alla circonferenza.



Il problema consiste nel determinare la posizione relativa di circonferenza, segmento e parabola. Si chiede:

1. se la parabola ha equazione cartesiana $y = -ax^2 + c$, di determinare l'equazione che deve essere soddisfatta da a ;
2. ponendo $4a = z$, di mostrare che la corrispondente equazione per z ammette una soluzione intera positiva;
3. di mostrare che vi è almeno un'altra soluzione positiva dell'equazione, maggiore di z ;
4. facoltativamente, di mostrare che non vi sono altre soluzioni dell'equazione.

La lettera così ottenuta è inserita poi in un rombo. Presi due punti medi M, N di due lati opposti del rombo e un punto P su uno dei due altri lati, si considerino il simmetrico Q rispetto al centro del rombo e il quadrilatero $MPNQ$. Si chiede di:

5. dimostrare che il suddetto quadrilatero è un parallelogramma;
6. verificare che la sua area è indipendente dalla posizione di P e Q ;
7. individuare il parallelogramma di perimetro minimo e verificare che è anch'esso un rombo.

Informatica: aiutiamo l'Università!

La Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali vuole organizzare una base di dati per i propri studenti.

Ogni docente della facoltà svolge uno o più insegnamenti, caratterizzati da un nome e da un periodo di lezione, e da sette sessioni di esami.

Ogni studente è iscritto ad un corso di laurea (es. Matematica, Fisica, Informatica) e deve seguire una lista di insegnamenti (elencati nel piano studi associato a ciascun studente). A ciascun studente sono inoltre associate alcune informazioni anagrafiche (Nome, Cognome, Codice Fiscale, Numero di Matricola, Indirizzo di residenza, e-mail, telefono).

Gli studenti devono sostenere gli esami di profitto relativi agli insegnamenti frequentati e l'esito può essere: respinto, oppure superato con votazione compresa tra 18/30 e 30/30 e lode.

Per ciascun appello di esame di ogni insegnamento viene registrata la data e l'elenco degli studenti iscritti e, per ognuno di questi, l'esito dell'esame.

Si progetti una base di dati relazionale per gestire la didattica presentando il modello E-R e la struttura delle tabelle. Inoltre, per ciascuna tabella si mostrino almeno un paio di record.

Si descriva come si possono ottenere i seguenti requisiti funzionali:

- per ciascuno studente:
 - l'elenco degli esami superati e quelli ancora da sostenere;
 - l'elenco dei docenti che svolgeranno gli insegnamenti previsti dal proprio piano studi;
- per ciascun docente:
 - l'elenco degli insegnamenti svolti con il numero di studenti iscritti ad ogni corso;
 - l'elenco degli studenti che frequenteranno i propri insegnamenti;
- il numero di studenti iscritti ad ogni corso di laurea;
- alcune statistiche di base per ciascun insegnamento (quali ad esempio, la percentuale degli studenti che superano l'esame e il voto medio).

Si presenti un esempio di interrogazione della base di dati sviluppata precedentemente per almeno uno dei requisiti funzionali usando un linguaggio standard di interrogazione dei data base scelto a piacere.

Si indichi, a grandi linee, come sarebbe possibile inserire nella base di dati i vincoli sulle propedeuticità degli esami (ad esempio, non è possibile iscriversi all'esame di Tecniche Avanzate di Programmazione se non si è superato l'esame di Fondamenti dell'Informatica).

Fisica: onde e oscillazioni

1) Nel suo celebre esperimento del 1801, Thomas Young mise in evidenza la natura ondulatoria della luce discutendo la figura generata su uno schermo posto dietro a una coppia di fenditure illuminate da un fascio di luce (vedi Figura 1).

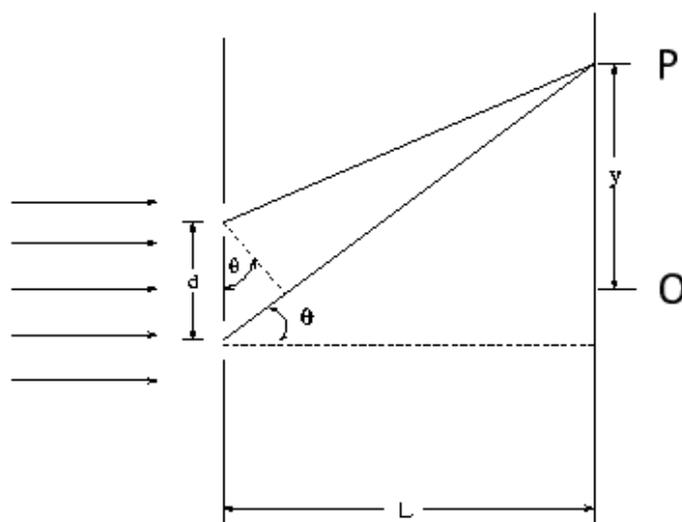


Figura 1: Schema dell'esperimento di Young

- Quale profilo di intensità luminosa aveva osservato Young sullo schermo?
- Come lo aveva spiegato e quale formula venne ricavata per descrivere quanto osservato? A tal fine si faccia riferimento alla figura 1, dove d è la distanza tra le fenditure, L la distanza tra lo schermo e le fenditure (con $L \gg d$!) e P un generico punto sullo schermo che dista y dal centro O dello schermo stesso.
- Quale profilo si osserva se una delle due fenditure viene chiusa?
- Su ciascuna fenditura viene posto un polarizzatore, con la direzione di polarizzazione (lineare) giacente lungo il piano dello schermo. Come varia l'intensità del profilo osservato sullo schermo al variare dell'angolo tra le direzioni di polarizzazione?

2) Un fascio di luce non polarizzata viene fatto incidere su una coppia di polarizzatori lineari incrociati (Figura 2). Cosa si osserva su uno schermo posto dopo il secondo polarizzatore? Cosa si osserva se tra i due polarizzatori viene inserito un polarizzatore orientato a 45° rispetto al primo? Dare una spiegazione del risultato.

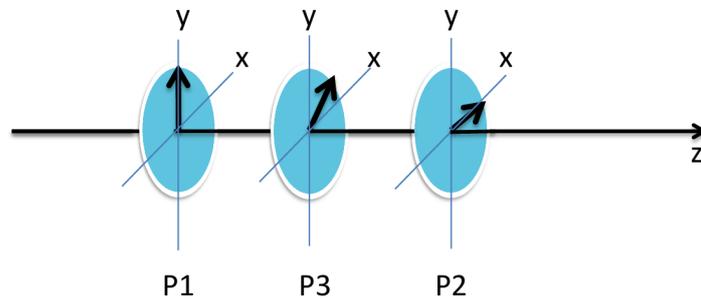


Figura 2: Disposizione e orientazione dei polarizzatori lineari lungo la direzione di propagazione del fascio di luce.

3) Un corpo di massa M appeso ad una molla di costante elastica k e fissata al soffitto di una stanza compie delle oscillazioni periodiche verticali, tra due estremi A e B (Figura 3).

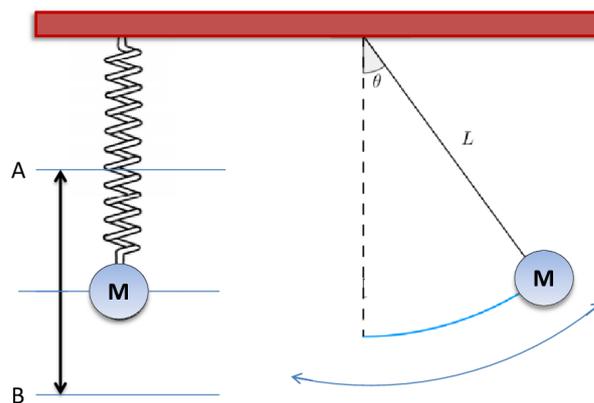


Figura 3: Rappresentazione schematica del corpo di massa M collegato alla molla e del pendolo.

Tracciare i grafici dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e dell'energia meccanica del corpo al variare della sua coordinata verticale Y .

Come varia il periodo delle oscillazioni in funzione della massa M ?

Anche un pendolo appeso al soffitto compie delle oscillazioni periodiche. Nell'ipotesi che le oscillazioni siano di piccola ampiezza, il periodo delle oscillazioni non dipende, a differenza del caso precedente, dalla massa. Fornire una giustificazione di tale differenza.