



UNIVERSITÀ
CATTOLICA
del Sacro Cuore

Spazio per etichetta

ISTRUZIONI: risolvere quanti più quesiti possibile segnando la risposta esatta per ciascun quesito su questi fogli.

Quesito 1.

Punti 5,1

Si consideri la successione (a_n) , definita da

$$a_0 = 1,$$

$$a_n = \frac{2a_{n-1} + 1}{a_{n-1} - 2} \quad \text{per } n \geq 1.$$

Quanto vale a_{2023} :

- A. 2024
- B. 15
- C. 1
- D. 0
- E. -3

Quesito 2.

Punti 4,7

Dal punto di vista di un sistema operativo, 2 Gigabyte a quanti Megabyte equivalgono all'incirca?

- A. 2000
- B. 2048
- C. 200
- D. 248
- E. 2480

Quesito 3.**Punti 4,9**

Un paracadutista si lancia verticalmente, partendo con velocità nulla, e inizialmente cade in maniera libera per una distanza di 80 m. Successivamente apre il paracadute. Con il paracadute aperto, il paracadutista rallenta con una decelerazione costante pari a 2 m/sec^2 e arriva a terra con una velocità di 4 m/sec . Quanto tempo è durato il lancio?

Si trascuri l'effetto della resistenza dell'aria durante la fase iniziale di caduta libera. Per l'accelerazione di gravità terrestre si usi il valore approssimato $g \approx 10 \text{ m/sec}^2$.

- A. 12 sec
- B. 16 sec
- C. 22 sec
- D. 24 sec
- E. 30 sec

Quesito 4.**Punti 5,2**

La rendita di un investimento è una funzione f del tempo t . Quale delle seguenti funzioni, alla lunga, rende di più:

- A. $f(t) = \frac{t \log t + \log t + 1}{t + 1}$
- B. $f(t) = \frac{6t^4 + 13t}{t^3 + 2}$
- C. $f(t) = \frac{t + 3 - t^2}{t - 1}$
- D. $f(t) = \frac{t^3 - 3t^2 - 2}{t - 3}$
- E. $f(t) = \frac{t^2 \log(t^9) + 5}{t^2}$

Quesito 5.**Punti 4,8**

Quale combinazione di tasti permette di scrivere il carattere parentesi graffa aperta ({) sulla tastiera (italiana)?

- A. ALT + SHIFT + [
- B. CTRL + ALT + [
- C. ALT Gr + SHIFT + [
- D. CTRL + SHIFT + [
- E. CTRL + [

Quesito 6.**Punti 5,3**

La commissione, composta dal presidente e da altri quattro membri, deve valutare un candidato; questi si siede da un lato del tavolo, mentre i commissari dall'altro. In quanti modi si può sedere la commissione, sapendo che il presidente deve andarsene prima e pertanto vuole stare seduto ad uno dei due estremi del tavolo:

- A. 5
- B. 48
- C. 60
- D. 86
- E. 120

Quesito 7.**Punti 5,2**

Consideriamo una particella dotata di carica elettrica in un campo magnetico \vec{B} costante. Assumiamo che le uniche forze agenti sulla particella siano dovute al campo magnetico. La particella si muove di moto circolare. Cosa possiamo concludere riguardo al campo magnetico?

- A. Il campo magnetico è perpendicolare alla velocità della particella.
- B. Il campo magnetico è parallelo alla velocità della particella.
- C. Il campo magnetico è nullo.
- D. L'angolo tra la velocità della particella e il campo magnetico è di 45° .
- E. Non possiamo concludere alcunché riguardo all'angolo tra la direzione del campo magnetico e la velocità della particella.

Quesito 8.**Punti 5,4**

Il numero

$$\frac{\log_2 6}{\log_2 3} \cdot \frac{1 + \log_2 6}{1 + \log_2 3} \cdot \frac{2 + \log_2 6}{2 + \log_2 3} \cdot \dots \cdot \frac{7 + \log_2 6}{7 + \log_2 3}$$

è (si può approssimare $\log_2 3$ con $\frac{3}{2}$):

- A. compreso tra 0 e 1.
- B. compreso tra 2 e 3.
- C. compreso tra 4 e 5.
- D. compreso tra 6 e 7.
- E. compreso tra 8 e 9.

Quesito 9.**Punti 4,9**

Un'immagine, la cui larghezza e altezza misurate in pixel sono rispettivamente 3840 e 2160, a quanti Megapixel (approssimativamente) corrisponde?

- A. 2
- B. 4
- C. 8
- D. 10
- E. 12

Quesito 10.**Punti 5,6**Siano a e b due numeri reali non nulli. Le radici reali dell'equazione

$$x^2 - (a^2 + 2)x + b^2 = 0,$$

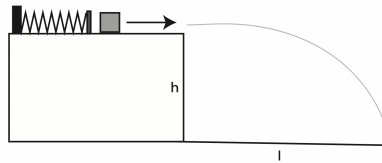
se esistono e sono distinte, sono:

- A. entrambe positive.
- B. entrambe negative.
- C. una positiva e una negativa.
- D. per rispondere occorre conoscere il valore di a .
- E. per rispondere occorre conoscere il valore di b .

Quesito 11.**Punti 5,7**

Una molla con costante elastica $k = 1 \text{ N/cm}$ e massa trascurabile è fissata su una scatola, che è a sua volta fissata sul pavimento e ha un'altezza $h = 50 \text{ cm}$. La molla viene compressa di 6 cm e viene utilizzata per lanciare orizzontalmente verso destra un proiettile della massa $m = 0,1 \text{ kg}$, che successivamente scivola senza attrito sulla superficie della scatola. Il proiettile cade dal bordo della scatola e atterra sul pavimento. Si determini la distanza l del punto in cui atterra il proiettile dal bordo della scatola.

Si trascuri l'effetto della resistenza dell'aria sul moto del proiettile. Per l'accelerazione di gravità terrestre si usi il valore approssimato $g \approx 10 \text{ m/sec}^2$.



- A. 60 cm
- B. 70 cm
- C. 80 cm
- D. 90 cm
- E. 100 cm

Quesito 12.**Punti 5,1**

Un file di 20 MB (megabyte) deve essere trasferito da un computer A a un computer B attraverso una connessione di rete con un throughput pari a 80 Mbps (megabit per second). La velocità di propagazione del segnale è 250.000 km/s . A e B sono direttamente connessi da un cavo di rete lungo 10.000 km . Il file è trasferito come un singolo messaggio. Non c'è alcun overhead e il tempo di elaborazione è pari a zero. In quanti secondi il trasferimento viene completato?

- A. 2,04
- B. 1,05
- C. 0,29
- D. 1,29
- E. 1,04

Quesito 13.**Punti 5,7**

Date le funzioni nella variabile x , con codominio \mathbb{R} ,

$$f(x) = x^3 + 1, \quad g(x) = \log(2x + 1), \quad h(x) = |\log(x^2 - 1)|,$$

si può affermare che:

- A. il dominio delle tre funzioni è \mathbb{R} .
- B. $f(x)$ e $h(x)$ sono iniettive.
- C. $f(x)$ è iniettiva e $g(x)$ è suriettiva.
- D. $g(x)$ e $h(x)$ sono suriettive.
- E. nessuna delle tre funzioni è iniettiva.

Quesito 14.**Punti 5,2**

A cosa corrisponde la lettera A dell'acronimo ACID relativo alle proprietà delle basi di dati relazionali?

- A. Affidabilità
- B. Atomicità
- C. Adattamento
- D. Allenamento
- E. Addestramento

Quesito 15.**Punti 5,8**

Alice e Bob fanno un gioco. Alice pensa ad un numero tra 1 e 20 (estremi inclusi), lo moltiplica per 7, somma le sue cifre e comunica il risultato a Bob, il quale deve risalire al numero pensato da Alice. Ad esempio, se Alice pensa ad 8, dice a Bob 11, in quanto $8 \times 7 = 56$ e $5 + 6 = 11$. Quanti sono i numeri che Alice può scegliere in modo che Bob non possa risalire in modo univoco al numero da lei pensato:

- A. 18.
- B. 15.
- C. 13.
- D. 10.
- E. Bob può sempre risalire al numero pensato da Alice.

Quesito 16.**Punti 5,4**

Consideriamo due recipienti ermetici, con volumi $V_1 = 1 \text{ dm}^3$ e $V_2 = 3 \text{ dm}^3$. Il primo recipiente contiene un gas perfetto a temperatura 10°C e pressione 10^5 Pa , mentre il secondo recipiente è vuoto. I due recipienti sono collegati da un rubinetto, inizialmente chiuso. Il rubinetto viene aperto bruscamente e il gas nel primo recipiente si espande liberamente, andando alla fine a occupare il volume di entrambi i recipienti. Si assuma che i recipienti siano termicamente isolati dall'esterno. Qual è la pressione finale del gas?

- A. $0,20 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- B. $0,25 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- C. $0,33 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- D. $0,50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
- E. $4,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Quesito 17.**Punti 5,3**

Cosa stampa il codice seguente?

```
for (int i = 0; i < 10; i++) {  
    if (i == 5 || i == 8) {  
        continue;  
    }  
    System.out.print(i);  
}
```

- A. 0123467910
- B. 012345678910
- C. 01234
- D. 01234567
- E. 01234679

Quesito 18.**Punti 5,8**

I due blocchi A e B , di masse rispettivamente $m_A = 1$ kg e $m_B = 4$ kg, sono appoggiati su un piano orizzontale. Il piano è molto liscio e scivoloso, per cui la forza di attrito tra il piano e i blocchi è trascurabile. Il blocco A si muove inizialmente lungo l'asse delle \hat{x} verso destra con velocità $v = 10$ m/sec e urta il blocco B , inizialmente fermo. Assumendo che l'urto sia elastico, quanto vale la velocità finale del blocco B ?

- A. 2 m/sec
- B. 2,5 m/sec
- C. 3 m/sec
- D. 3,5 m/sec
- E. 4 m/sec

Quesito 19.**Punti 5,9**

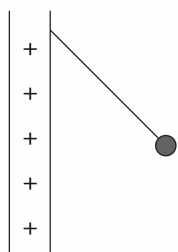
Nello spazio euclideo tridimensionale, due piani α e β sono tra loro perpendicolari se e solo se:

- A. una retta di α è perpendicolare ad una retta di β .
- B. ogni retta di α è perpendicolare ad ogni retta di β .
- C. la retta $r = \alpha \cap \beta$ è perpendicolare a tutte le rette di α ed a tutte le rette di β .
- D. ogni piano diverso da α e β li interseca in due rette tra loro perpendicolari.
- E. nessuna delle risposte precedenti è corretta.

Quesito 20.**Punti 6**

Consideriamo una lamina di materiale isolante, posizionata verticalmente e con una densità di carica elettrica per unità di superficie uniforme. Alla lamina viene legato un filo, al quale è appesa una sferetta di massa $m = 1 \text{ g}$ e sulla quale è presente una carica $q = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Il filo è privo di carica e di massa trascurabile; la lamina è molto grande rispetto alla lunghezza del filo e può essere considerata infinita. Il filo forma un angolo di 45° con la verticale e si trova all'equilibrio. Quanto vale la densità di carica sulla lamina?

Per l'accelerazione di gravità terrestre e per la costante dielettrica del vuoto si usino rispettivamente i valore approssimati: $g \approx 10 \text{ m/sec}^2$ e $\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{N} \cdot \text{m}^2)$.



- A. $0,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
- B. $1,0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
- C. $1,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
- D. $2,0 \cdot 10^{-5} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
- E. $0,5 \cdot 10^{-4} \frac{\text{C}}{\text{m}^2}$