

# Tentativo di una bibliografia sull'elasticità nonlineare

January 16, 2016

Vorrei segnalare una serie di lavori che secondo me sono di particolare interesse per chi si vuole interessare di elasticità finita. La lista che propongo è principalmente dettata dal gusto personale, quindi non ve la prendete se manca il lavoro del vostro beniamino: significa solo che ho cattivo gusto!!!. Inoltre possiamo completare la lista assieme.

Molte informazioni sulla gomma le si apprendono dal libro di Treolar [1] e sui polimeri nel libro di Rubinstein e Colby [2]. Informazioni utili si possono anche dedurre dal manuale [4] anche se in molte parti è molto ingenuo: scritto per l'ingegnere praticone.

Ovviamente nel Truesdell e Noll ci sono molte informazioni sull'elasticità nonlineare. Certo non sono più *up to date* ma io un'occhiata alla Nonlinear Field Theory la do sempre. Per ricerche bibliografiche e non solo non possiamo scordare il libro di Antman [3].

Il problema del Truesdell e Noll e del libro di Antman è che questi tomi non vanno bene per *imparare*. Se il vostro problema è entrare da neofiti in questo campo io consiglio due monografie quella di Atkin e Fox [5] e le lectures notes di Ray Ogden [6]. Quella di Atkin e Fox è molto interessante. Spiega con dettaglio la cinematica e le equazioni di bilancio e contiene anche i rudimenti di teoria dell'elasticità lineare. Quella di Ogden è più leggera, in un certo senso incompleta, ma anche più moderna.

Non bisogna scordare infine il Beatty [7] un bellissimo articolo di rassegna (che è stato anche ristampato in un libro con alcune modifiche) che contiene moltissime informazioni e una bella bibliografia. Sempre sul versante dei lavori di rassegna cito quello di Spencer [8] e quelli di Ericksen [9, 10]. Mentre il primo è interessante anche per un neofita gli ultimi due sono più complessi e servono soprattutto per problemi specifici.

Per amor proprio non posso scordare due corsi CISM sull'argomento che consiglio [11, 12]. Tutti gli articoli che vi trovate sono, diciamo, interessanti.

Passiamo adesso ai *capolavori*. Io comincerei con il leggere il lavoro di Mooney del 1940 [13] e poi almeno uno dei lavori di Rivlin per esempio quello sperimentale con Saunders [14]. Credo che questi due lavori possono spiegare bene cosa è successo a cavallo della seconda guerra mondiale a questa teoria. Un lavoro molto bello sia dal punto di vista teorico che sperimentale è quello di Blatz and Ko del 1962 [15]. Che secondo me va letto aiutati dal lavoro di Beatty e Stalnaker [16].

Per capire bene la struttura delle equazioni dell'elasticità finita io consiglio anche alcuni lavori sulle relazioni universali. Quello di Beatty [17] per iniziare spiega bene cosa sono ed è molto interessante da un punto di vista storico. Quello di Rajagopal e Wineman, sempre sullo stesso argomento, è un bellissimo esercizio di meccanica [18]. Sempre sulla stessa linea non posso scordare il lavoro di Moon e Truesdell [19] e quindi il [20]. Qui aggiungerei anche il lavoro di Ericksen sulle energie non convesse [21]

Per quanto riguarda invece le possibili forme di strain-energy qui veramente consiglio poche cose. Il lavoro di Ray Ogden [22], il lavoro di rassegna di Arruda e Boyce [23] perché è abbastanza recente ed infine una coppia: Beatty [24] e uno di Carroll [25]. Questi due lavori sono belli per la loro semplicità e per il loro stile.

Io credo che bisogna avere mano sulle soluzioni anche semplici della teoria dell'elasticità nonlineare. Consiglio di leggere il libro di Ingo Muller per lo studio delle deformazioni biassiali Ingo è particolare e afferma in questo libro delle cose assurde ma il trattamento dell'instabilità di Treloar è ben fatto. Il libro *grande* di Ogden è bel summary di queste soluzioni ma consiglio di leggere gli articoli originali soprattutto quelli dove si ritrova lo zampino di Peter Chadwick.

Dopo di che andiamo sullo specialistico. Nel senso che se ci interessiamo di effetto Mullins, esistenza delle soluzioni, anisotropia, biomeccanica, . . . , allora per ogni topic ci vuole una lista ad hoc.

Certamente io quando leggo i seguenti nomi tra gli autori divento curioso: Abeyaratne, Beatty, Carroll, Destrade, Chadwick, Goriely, Hayes, Hill, Horgan, Knowles, Pence, Rajagopal, Rivlin, Wineman.

Fatevi sotto ed in bocca al lupo!!!

## References

- [1] Treloar, Leslie Ronald George. The physics of rubber elasticity. Oxford university press, 1975.
- [2] Rubinstein, Michael, and Ralph H. Colby. Polymer physics. OUP Oxford, 2003.
- [3] Antman, Stuart S. "Nonlinear problems of elasticity, volume 107 of Applied Mathematical Sciences." (2005).
- [4] Gent, Alan N. Engineering with rubber: how to design rubber components. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2012.
- [5] Atkin, Raymond John, and Norman Fox. An introduction to the theory of elasticity. Courier Corporation, 2013.
- [6] Ogden, Ray W. "Nonlinear elasticity with application to material modelling." (2003).
- [7] Beatty, Millard F. "Topics in finite elasticity: hyperelasticity of rubber, elastomers, and biological tissues?with examples." Applied Mechanics Reviews 40.12 (1987): 1699-1734.
- [8] Spencer, A. J. M. "The static theory of finite elasticity." IMA Journal of Applied Mathematics 6.2 (1970): 164-200.
- [9] Doyle, T. C., and J. L. Ericksen. "Nonlinear elasticity." Advances in applied mechanics 4 (1956): 53-115.
- [10] Ericksen, J. L. "Special Topics in Elastostatics." Advances in applied mechanics 17 (1977): 189.
- [11] Hayes, Michael, and Giuseppe Saccomandi, eds. Topics in Finite Elasticity. Vol. 424. Springer, 2014.
- [12] Saccomandi, Giuseppe, and Raymond W. Ogden, eds. Mechanics and thermomechanics of rubberlike solids. Vol. 452. New York: Springer, 2004.
- [13] Mooney, M. "A theory of large elastic deformation." Journal of applied physics 11.9 (1940): 582-592.

- [14] Rivlin, Ronald S., and D. W. Saunders. "Large elastic deformations of isotropic materials. VII. Experiments on the deformation of rubber." *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 243.865 (1951): 251-288.
- [15] Blatz, Paul J., and William L. Ko. "Application of finite elastic theory to the deformation of rubbery materials." *Transactions of the Society of Rheology* 6.1 (1962): 223-251.
- [16] Beatty, MILLIARD F., and D. O. Stalnaker. "The Poisson function of finite elasticity." *Journal of applied mechanics* 53.4 (1986): 807-813.
- [17] Beatty, Millard F. "A class of universal relations in isotropic elasticity theory." *Journal of elasticity* 17.2 (1987): 113-121.
- [18] Rajagopal, K. R., and Alan S. Wineman. "New universal relations for nonlinear isotropic elastic materials." *Journal of elasticity* 17.1 (1987): 75-83.
- [19] Moon, H., and C. Truesdell. "Interpretation of adscititious inequalities through the effects pure shear stress produces upon an isotropic elastic solid." *Archive for Rational Mechanics and Analysis* 55.1 (1974): 1-17.
- [20] Destrade, Michel, Jerry G. Murphy, and Giuseppe Saccomandi. "Simple shear is not so simple." *International Journal of Non-Linear Mechanics* 47.2 (2012): 210-214.
- [21] Ericksen, J. L. "Equilibrium of bars." *Journal of elasticity* 5.3 (1975): 191-201.
- [22] Ogden, R. W. "Large deformation isotropic elasticity-on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids." *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Vol. 326. No. 1567. The Royal Society, 1972.
- [23] Boyce, Mary C., and Ellen M. Arruda. "Constitutive models of rubber elasticity: a review." *Rubber chemistry and technology* 73.3 (2000): 504-523.
- [24] Beatty, Millard F. "An average-stretch full-network model for rubber elasticity." *Journal of elasticity* 70.1-3 (2003): 65-86.
- [25] Carroll, M. M. "A strain energy function for vulcanized rubbers." *Journal of Elasticity* 103.2 (2011): 173-187.

- [26] Müller, Ingo, and Peter Strehlow. Rubber and rubber balloons: paradigms of thermodynamics. Vol. 637. Springer Science & Business Media, 2004.
- [27] Ogden, Raymond W. Non-linear elastic deformations. Courier Corporation, 1997.