

Scrivere la matematica con \LaTeX

Alberto Calabri

Dipartimento di Matematica e Informatica

8 giugno 2016

[http://docente.unife.it/alberto.calabri/
stage-superiori-2016](http://docente.unife.it/alberto.calabri/stage-superiori-2016)

Cosa è il \LaTeX ?

- \LaTeX è un sistema di composizione di testo particolarmente indicato per la produzione di documenti scientifici e matematici di elevata qualità tipografica.
- \LaTeX è anche adatto a produrre tutti gli altri tipi di documenti, dalle semplici lettere ai libri più completi.
- \LaTeX usa il \TeX come motore di composizione tipografica.

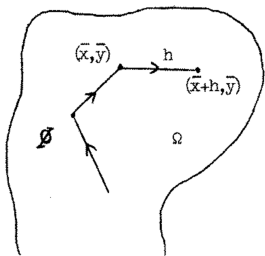
Lo scopo di questa presentazione è quello di insegnarvi a scrivere un documento di testo, contenente anche formule matematiche, con \LaTeX .

Prima di fare questo, e per capire meglio cosa è il \LaTeX , vediamo un po' di storia.

Preistoria

Una dispensa di matematica degli anni 1970:

Resta da verificare che f è una primitiva, cioè che ha derivate parziali $f_x(x,y)$ ed $f_y(x,y)$, coincidenti rispettivamente con $A(x,y)$ e $B(x,y)$.



Consideriamo un qualunque punto $(\bar{x}, \bar{y}) \in \Omega$ e indichiamo con Ψ_h il segmento congiungente il punto (\bar{x}, \bar{y}) col punto $(\bar{x} + h, \bar{y})$; esso ha come equazioni:

$$x = \bar{x} + th \quad y = \bar{y} \quad (0 \leq t \leq 1)$$

Allora si ha, per $h \neq 0$,

$$\frac{f(\bar{x}+h, \bar{y}) - f(\bar{x}, \bar{y})}{h} = \frac{1}{h} \left[\int_{\Psi_h} \omega - \int_{\Psi_h} -\omega \right] =$$

$$= \frac{1}{h} \int_{\Psi_h} \omega = \int_0^1 A(\bar{x}+th, \bar{y}) dt = \frac{1}{h} \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+h} A(u, \bar{y}) du \quad (\text{l'ultimo passaggio è$$

Correvano gli anni settanta

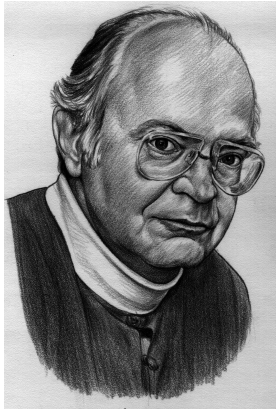
- Un computer riempiva uno stanzone.
- Gran parte della matematica si batteva con la macchina da scrivere meccanica.



- Si alzava e abbassava il carrello per indici ed esponenti.
 - Si cambiava testina per i simboli.
- Gli editori di solito si accontentavano di stampare libri di scarsa qualità, perché i buoni tipografi tradizionali erano lenti, costosi e in via d'estinzione.

Donald E. Knuth

Il professore di informatica **Donald E. Knuth** stava scrivendo il libro "The Art of Computer Programming", in più volumi, zeppi di formule matematiche.



The Art of Computer Programming (1973)

▶ 35. [M80] Given that m, n are integers and $n > 0$, prove that $\lfloor (x + m)/n \rfloor = \lfloor \lfloor x \rfloor + m/n \rfloor$ for all real x . (When $m = 0$, we have an important special case.) Does an analogous result hold for the ceiling function?

▶ 36. [M83] Prove that $\sum_{1 \leq k \leq n} \lfloor k/2 \rfloor = \lfloor n^2/4 \rfloor$; also evaluate $\sum_{1 \leq k < n} \lceil k/2 \rceil$.

▶ 37. [M80] Let m, n be integers, $n > 0$. Show that

$$\sum_{0 \leq k < n} \left\lfloor \frac{mk + x}{n} \right\rfloor = \frac{(m-1)(n-1)}{2} + \frac{d-1}{2} + d \lfloor x/d \rfloor,$$

where d is the greatest common divisor of m and n , and x is any real number.

38. [M82] Prove that, for all positive integers n and for any real x ,

$$\lfloor x \rfloor + \left\lfloor x + \frac{1}{n} \right\rfloor + \dots + \left\lfloor x + \frac{n-1}{n} \right\rfloor = \lfloor nx \rfloor.$$

Do not use the result of exercise 37 in your proof.

39. [HM85] A function f for which

$$f(x) + f\left(x + \frac{1}{n}\right) + \dots + f\left(x + \frac{n-1}{n}\right) = f(nx),$$

whenever n is a positive integer, is called a *replicative function*. The previous exercise establishes the fact that $\lfloor x \rfloor$ is replicative. Show that the following are replicative:

- $f(x) = x - \frac{1}{2}$;
- $f(x) = 1$, if x is an integer, 0 otherwise;
- $f(x) = 1$, if x is a positive integer, 0 otherwise;
- $f(x) = 1$, if there exists a rational number r and an integer m such that $x = r + m$, 0 otherwise;
- three other functions like the one in (d) with r and/or m restricted to positive values;
- $f(x) = \log |2 \sin \pi x|$, if the value $f(x) = -\infty$ is allowed;
- the sum of any two replicative functions;
- a constant multiple of a replicative function;
- the function $\varphi(x) = f(x - \lfloor x \rfloor)$, where $f(x)$ is replicative.

40. [HM89] Study the class of replicative functions; determine all replicative functions of a special type (e.g., is the function in (a) of exercise 39 the only continuous replicative function?). It may be interesting to study also the more general class of functions for which

$$f(x) + \dots + f\left(x + \frac{n-1}{n}\right) = a_n f(nx) + b_n.$$

Here a_n, b_n are numbers which depend on n but not on x . Derivatives and (if $b_n = 0$) integrals of these functions are of the same type. If we require that $b_n = 0$, we have, for example, the Bernoulli polynomials, the trigonometric functions $\cot \pi x$ and $\csc^2 \pi x$, as well as Hurwitz's generalized zeta function $\zeta(s, x) = \sum_{k \geq 0} 1/(k+x)^s$ for fixed s . With $b_n \neq 0$ we have still other well-known functions, e.g., the psi-function. For further properties of these functions, see L. J. Mordell, "Integral Formulae of Arithmetical Character," *J. London Math. Soc.* 33 (1958), 371-375.

41. [M83] Let a_1, a_2, a_3, \dots be the sequence 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...; find an expression for a_n in terms of n (using the floor and/or ceiling operation).

42. [M84] (a) Prove that

$$\sum_{1 \leq k < n} a_k = na_n - \sum_{1 \leq k < n} k(a_{k+1} - a_k), \quad \text{if } n > 0.$$

(b) The preceding formula is useful for evaluating certain sums involving the floor function. Prove that, if b is an integer ≥ 2 ,

$$\sum_{1 \leq k \leq n} \lfloor \log_b k \rfloor = (n+1) \log_b n - (b^{\log_b n+1} - b)/(b-1).$$

43. [M83] Evaluate $\sum_{1 \leq k \leq n} \lfloor \sqrt{k} \rfloor$.

44. [M84] Show that $\sum_{n \geq 0} \sum_{1 \leq j < n} \lfloor (n+jb^k)/b^{k+1} \rfloor = n$, if b and n are integers, $n \geq 0$, and $b \geq 2$. What is the value of this sum when $n < 0$?

▶ 45. [M88] The result of exercise 37 is somewhat surprising, since it implies that

$$\sum_{0 \leq k < n} \left\lfloor \frac{mk + x}{n} \right\rfloor = \sum_{0 \leq k < n} \left\lfloor \frac{nk + x}{m} \right\rfloor.$$

This "reciprocity relationship" is one of many similar formulas (cf. Section 3.3.3). Show that for any function f

$$\sum_{0 \leq j < n} f\left(\frac{mj}{n}\right) = \sum_{0 \leq r < n} \left\lfloor \frac{rn}{m} \right\rfloor (f(r-1) - f(r)) + rf(m-1).$$

In particular, prove that

$$\sum_{0 \leq j < n} \binom{\lfloor mj/n \rfloor + 1}{k} + \sum_{0 \leq j < n} \binom{\lfloor jn/m \rfloor}{k-1} = n \binom{m}{k}.$$

[Hint: Consider the change of variable, $r = \lfloor mj/n \rfloor$. Binomial coefficients $\binom{n}{k}$ are discussed in Section 1.2.6.]

46. [M89] (General reciprocity law.) Extend the formula of exercise 45 to obtain an expression for $\sum_{0 \leq j < n} f(\lfloor mj/n \rfloor)$, where a is any positive real number.

47. [M81] When p is an odd prime number, the Legendre symbol, $\left(\frac{\cdot}{p}\right)$, is defined to be +1, 0, or -1, depending on whether $q^{(p-1)/2} \pmod p = 1, 0, \text{ or } p-1$. (Cf. exercise 26.)

a) Given that q is not a multiple of p , show that the numbers

$$(-1)^{L_2^{2q/p} J(2k \pmod p)}, \quad 0 < k < p/2,$$

are congruent in some order to the numbers $2, 4, \dots, p-1$ (modulo p). Hence

$$\left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^s \text{ where } s = \sum_{0 \leq k < p/2} J(2k/p).$$

b) Use the result of (a) to calculate $\left(\frac{2}{p}\right)$.

c) Given that q is odd, show that $\sum_{0 \leq k < p/2} J(2k/p) = \sum_{0 \leq k < p/2} \lfloor kq/p \rfloor \pmod 2$. [Hint: Consider $\lfloor (p-1-2k)q/p \rfloor$]

Nel 1978

Da buon bibliofilo Donald E. Knuth faceva spedire i manoscritti in Germania, in una bottega tipografica artigiana rinomata per la cura del dettaglio.

Nel 1978, quando Knuth riscrisse il primo volume con cambiamenti capillari, l'editore si rifiutò di mantenere la stessa qualità della prima edizione: **costava troppo** e ci metteva troppo tempo.

Non potendo sopportare l'andazzo, Knuth

- accantonò i libri sulla programmazione,
- si mise a studiare Alta Tipografia,
- per scrivere un programma di composizione tipografica: il **TeX**.

Nasce il \TeX

Knuth inizialmente riteneva di metterci 6 mesi per scrivere il suo programma, ma l'impresa fu più lunga del previsto.

- La prima versione uscì nel 1982.
- L'ultima revisione di qualche rilievo è del 1989.

Knuth diede poi a tutto il mondo il suo programma **gratis!!!**

Knuth ha chiamato

\TeX

il suo programma. Nel logo

- le lettere sono maiuscole;
- la “E” è abbassata rispetto alle altre lettere;

Etimologia e pronuncia di \TeX

Nel nome è nascosto un trabocchetto:

\TeX non andrebbe letto in alfabeto romano, ma in alfabeto greco (maiuscolo) perché è la radice della parola greca

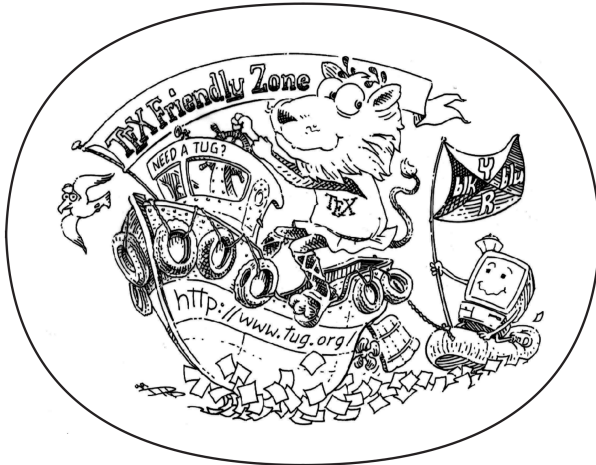
$\tau\epsilon\chi\nu\eta$

che significa “tecnica” (o “abilità”, “mestiere”, “arte”).

La “X” di \TeX è un suono che non esiste in italiano, ma si trova tuttavia in moltissime lingue, oltre al greco: nel tedesco “Bach”, nello scozzese “Loch”, nello spagnolo “Juan”, in russo, cinese, ecc.

Il numero di versione del \TeX converge a π ed attualmente è 3.14159.

La mascotte del \TeX



TUG è il TeX User Group.

Alta tipografia

Knuth si è ispirato ai maestri dell'arte tipografica e ha incorporato nel \TeX tutte le raffinatezze che ha potuto:

- legature fra caratteri,
- la crenatura, in inglese “kerning”, fra caratteri,
- segni diacritici,
- divisione in sillabe corretta,
- spaziatura ottimale fra le parole,
- spaziatura uniforme fra le righe.

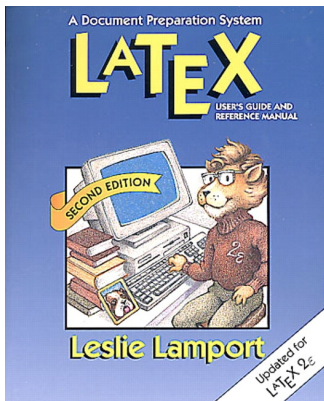
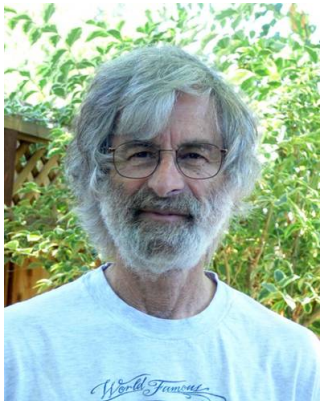
Inoltre il \TeX

- contiene un linguaggio di programmazione,
- è estensibile.

Nasce il \LaTeX

Il \LaTeX è un pacchetto di “macro”, cioè di comandi \TeX , che usa un layout professionale predefinito.

Il \LaTeX fu originariamente scritto da Leslie Lamport nel 1985.



Autore, designer, tipografo

Tradizionalmente, per pubblicare qualcosa:

- l'autore consegna un manoscritto con doppia interlinea e istruzioni sulla struttura logica:
 - la suddivisione in capitoli, sezioni, paragrafi, ...
 - quali sono le formule, le citazioni, ...
 - quali sono le parole da evidenziare, ...
- Un designer grafico sceglie lo stile tipografico:
 - la larghezza delle colonne,
 - i tipi di carattere ("font") per i titoli, il testo, le formule, ...
 - lo spazio prima e dopo le intestazioni, ecc.
- Il designer annota le scelte nel manoscritto e lo passa al tipografo, che impagina.

Lavorando col \LaTeX :

- Il designer grafico è il \LaTeX ,
- il tipografo è il \TeX .

I comandi \LaTeX

\LaTeX è “solo” un programma e necessita di conseguenza di maggiore assistenza di un designer; l'autore del testo deve quindi fornire informazioni aggiuntive che descrivono la struttura logica del documento.

Queste informazioni sono inserite nel testo come “comandi \LaTeX ”.

Questo modo di agire è diverso dall'approccio *What You See Is What You Get* (quello che vedi è ciò che ottieni) che hanno i programmi di elaborazione del testo più diffusi come Microsoft Word e Open Office, dove si vede sullo schermo come apparirà l'opera finita quando sarà stampata.

Quando si usa \LaTeX , per vedere il risultato definitivo, occorre **compilare** il file sorgente che contiene il testo con i comandi \LaTeX .

Il file sorgente

Per scrivere un file sorgente \LaTeX è sufficiente un qualsiasi editor di testo, come per esempio il “Blocco note” (Notepad), Wordpad, ...

Insieme al testo l'autore inserisce la sua struttura logica:

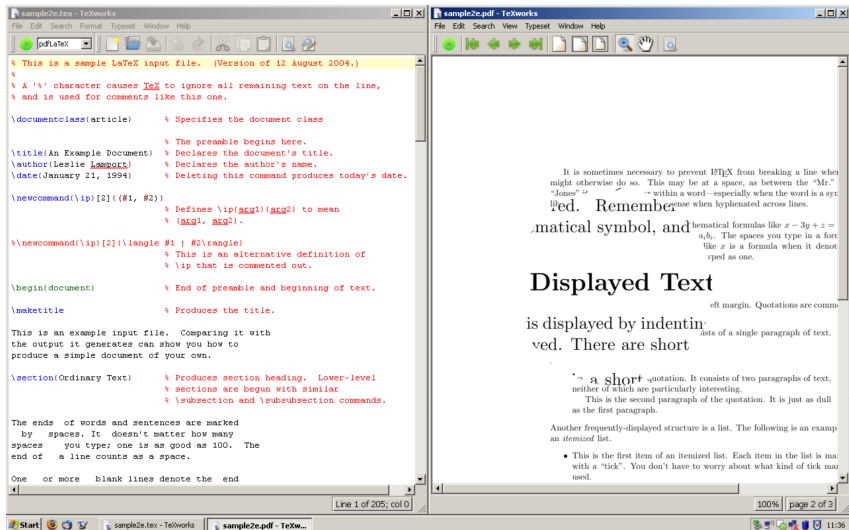
- capitoli, sezioni, sottosezioni, ...
- enfasi, citazioni, enunciati, teoremi, ...
- formule, tabelle, ...

Queste istruzioni sono visibili alla pari del testo.

Una volta battuto il testo sorgente, il \LaTeX lo **compila**, producendo il testo pronto per la stampa.

Se il risultato non è soddisfacente, non si può cambiare direttamente il testo compilato ma è necessario cambiare il file sorgente e ricompilarlo.

Il file sorgente e il compilato in TeXworks



Pro e contro del \LaTeX

Alcuni vantaggi del \LaTeX :

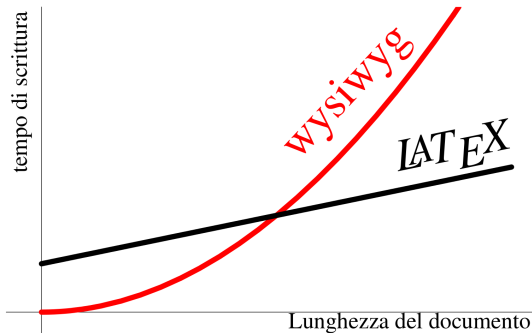
- Il \LaTeX è gratis.
- Il \LaTeX è multiplatforma (Windows, Macintosh, Linux, ecc.)
- Il \LaTeX dà un risultato professionale.
- Il \TeX è fatto per le formule matematiche.
- L'autore pensa alla logica, il \LaTeX impagina.
- Le note a piè di pagina, i rimandi interni, gli indici sono facili.
- Il \LaTeX è multilingue.
- Il \LaTeX è lo standard dell'editoria matematica.

Pro e contro del \LaTeX

Alcuni svantaggi del \LaTeX :

- Col \LaTeX ci vuole attitudine all'astrazione.
- La gratificazione non è istantanea, ma ritardata.
- Solo i molto esperti si possono permettere di uscire dagli stili o dai font predefiniti.
- Le figure vanno fatte di solito con altri programmi.
- Il \TeX ha diffusione ristretta: è praticamente sconosciuto fuori dagli ambienti accademici di matematica, informatica, fisica.
- Per scrivere in \LaTeX è necessario un investimento iniziale, poi il tempo necessario per scrivere cresce **linearmente** con la lunghezza del documento.

Pro e contro del \LaTeX



Scrivere WYSIWYG è rapido per documenti brevi, ma quando sono necessari documenti lunghi e strutturati il tempo cresce “quadraticamente” con la lunghezza.

Esempio di testo sorgente e compilato

Le soluzioni di
un'equazione
di secondo grado
 $ax^2+bx+c=0$,
dove $a \neq 0$,
sono i due numeri reali
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Le soluzioni di un'equazione di
secondo grado

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

dove $a \neq 0$, sono i due numeri
reali

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Sintassi del \LaTeX : spazi

Regole per gli spazi nel sorgente:

- Nel testo sorgente lo spazio vuoto e la tabulazione sono trattati indifferentemente come “spazio” da \LaTeX .
- Più spazi consecutivi hanno lo stesso effetto di un solo spazio.
- Lo spazio all’inizio di riga è ignorato.
- Una singola andata a capo è come uno spazio.
- Una riga vuota tra due righe di testo significa fine del paragrafo.
- Più righe vuote di seguito contano come una.

Caratteri speciali

Come fa il \LaTeX a distinguere il testo dai comandi?

Il TEX usa certi caratteri speciali, detti **caratteri di controllo**:

\backslash { } % \$ ^ _ & ~ #

I comandi del TEX sono (quasi tutti) fatti da \backslash più altri caratteri.

- Con certi comandi si deve dare un parametro tra parentesi graffe { } dopo il nome del comando.
- A volte i parametri sono opzionali; si scrivono allora dopo il nome del comando tra parentesi quadre [].

E se vogliamo che un caratteri di controllo sia stampato?

Ci scriviamo davanti \backslash , tranne \backslash che significa **interruzione di riga**.

Commenti

Quando in una riga il \LaTeX trova un %, (eccetto $\backslash\%$), ignora il resto della riga, l'andata a capo, ed eventuali spazi a capo.

In altri termini, % inizia un commento da non stampare.

```
Ecco un % stupido ???  
% No! istruttivo <---  
esempio: Supercal%  
         ifragilist%  
         ichespiralidoso
```

Ecco un esempio:
Supercalifragilistichespiralidoso

I commenti sono utili per inserire informazioni aggiuntive e per pro-memoria.

Struttura di un file \LaTeX

```
\documentclass[...]{...}  
...  
. . . (Preambolo). . .  
...  
\begin{document}  
...  
. . . (Corpo del documento). . .  
...  
. . . (bla bla)  
...  
\end{document}
```


Piccolo è bello

Provate ad aprire TeXworks e a digitare le seguenti righe:

```
% !TEX TS-program = pdflatex
% !TEX encoding = UTF-8 Unicode
\documentclass[italian]{article}
\usepackage{babel}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\begin{document}
Piccolo è bello.
\end{document}
```

Poi compilate cliccando sulla freccia su sfondo verde in alto a sinistra, oppure digitando CTRL-T, oppure ancora aprite il menù “Composizione” e cliccate sulla voce “Composizione”.

Iniziamo un articolo

```
% !TEX TS-program = pdflatex
% !TEX encoding = UTF-8 Unicode
\documentclass[italian,a4paper,12pt]{amsart}
\usepackage{babel}
\usepackage[utf8]{inputenc}
\title{Equazioni di secondo grado}
\author{I vostri nomi e cognomi}
\frenchspacing
\begin{document}
\maketitle\tableofcontents
\section{Formula risolutiva}
Bene, qui inizia il mio grazioso articolo.
\section{Dimostrazione}
\ldots\ e qui finisce.
\end{document}
```

Continuiamo il nostro articolo

Aggiungiamo una sezione introduttiva (dove?):

```
\section*{Introduzione}
```

In questo articolo studiamo le soluzioni di un'equazione di secondo grado.

Nel testo dell'articolo vorremmo aggiungere degli enunciati: definizioni, teoremi, ecc.

A questo scopo, nel preambolo, aggiungiamo:

```
\newtheorem{teorema}{Teorema}
```

```
\newtheorem{proposizione}[teorema]{Proposizione}
```

```
\theoremstyle{definition}
```

```
\newtheorem{definizione}[teorema]{Definizione}
```

Aggiungiamo la definizione di equazione di 2° grado

Nella sezione introduttiva, possiamo aggiungere una definizione:

```
\begin{definizione}
```

```
Si dice \emph{equazione di secondo grado}
```

```
un'espressione della forma
```

```
\begin{equation}
```

```
\label{eq:2grado}
```

```
 $ax^2+bx+c=0$ 
```

```
\end{equation}
```

```
dove  $a,b,c$  sono numeri reali, con  $a \neq 0$ ,
```

```
e  $x$  è l'\emph{indeterminata}, detta anche
```

```
incognita o variabile.
```

```
\end{definizione}
```

Aggiungiamo la definizione di discriminante

È utile aggiungere anche un'altra definizione:

```
\begin{definizione}
```

```
\label{def:discrim}
```

Si dice $\text{\emph{discriminante}}$ dell'equazione di secondo grado $\text{\eqref{eq:2grado}}$ il numero reale

```
\begin{equation}
```

```
\label{eq:discrim}
```

```
\Delta = b^2-4ac.
```

```
\end{equation}
```

```
\end{definizione}
```

Aggiungiamo un teorema

Finalmente aggiungiamo (in quale sezione?) l'enunciato di un primo teorema:

```
\begin{teorema}
```

```
\label{teo:discrim<0}
```

Consideriamo l'equazione di secondo grado

`\eqref{eq:2grado}` e il suo discriminante Δ come nella definizione `\eqref{def:discrim}`.

Se $\Delta < 0$, allora l'equazione `\eqref{eq:2grado}` non ha soluzioni reali.

```
\end{teorema}
```

Per aggiungere la dimostrazione si scrive

```
\begin{proof}
```

Qui scrivo la mia dimostrazione.

```
\end{proof}
```

Cenni della dimostrazione

L'equazione di secondo grado

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

dividendo per a (che è diverso da zero! altrimenti non potremmo farlo...), è equivalente a

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0.$$

Ora, il polinomio al primo membro si può scrivere nella forma

$$(x+?)^2+??$$

dove $?$ dipende solo da a, b , mentre $??$ dipende da a, b, c .

Questo metodo si dice **completamento del quadrato**.