

Prova scritta di Meccanica Analitica
Appello dell'11 settembre 2015

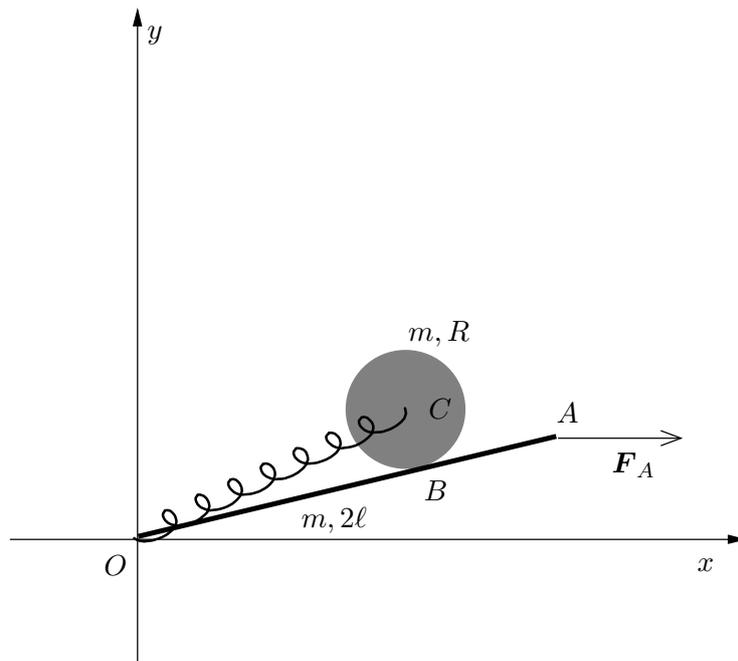
1) Un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno all'origine di un sistema di riferimento piano Oxy . Un disco omogeneo di massa m e raggio R rotola senza strisciare sull'asta, in modo che il punto di contatto B non esca dall'asta.

Si denoti con ξ la distanza del punto B dall'origine e con θ l'angolo tra la parte positiva dell'asse delle ascisse e l'asta.

Su tutto il sistema agisce la forza peso e sul centro C del disco agisce una forza elastica di coefficiente $k > 0$ e polo il punto O . Inoltre, sull'estremo A dell'asta agisce una forza \mathbf{F}_A di potenziale $U_A = mgR \cos \theta$.

Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema e discuterne la stabilità in funzione di $\lambda = \frac{k\ell}{mg}$;
2. trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
3. determinare l'energia cinetica del sistema;
4. nel caso $\lambda = 1$ trovare le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla posizione di equilibrio stabile.



2) Si calcoli la matrice d'inerzia del corpo rigido piano in figura, formato da un'asta omogenea di massa m e lunghezza 4ℓ e un disco di massa m e raggio ℓ , in cui un punto del bordo del disco è saldato al baricentro dell'asta, rispetto al sistema di riferimento indicato.

