

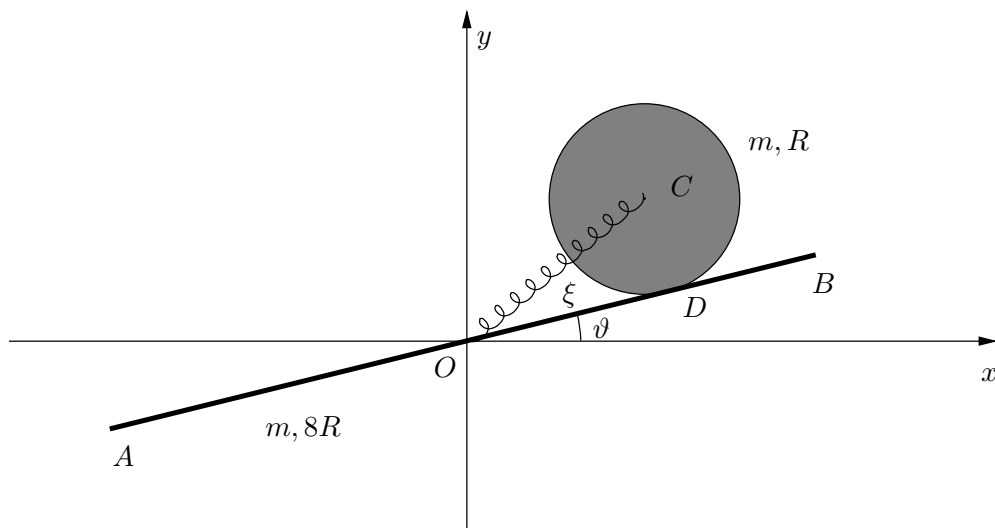
**Prova scritta di Meccanica Analitica**  
**Appello del 14 luglio 2017**

1) Un'asta omogenea  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $8R$  è libera di ruotare attorno al suo baricentro, fisso nell'origine di un sistema di riferimento piano  $Oxy$ . Un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare sull'asta, in modo che il punto di contatto  $D$  non esca dall'asta.

Si denoti con  $\xi$  la lunghezza con segno del vettore  $(D - O)$  e con  $\theta$  l'angolo tra la parte positiva dell'asse delle ascisse e l'asta.

Su tutto il sistema agisce la forza peso e sul centro  $C$  del disco agisce una forza elastica di coefficiente  $k > 0$  e polo il punto  $O$ . Supposti i vincoli lisci, si chiede di:

- (a) trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema;
- (b) discuterne la stabilità in funzione di  $\lambda = \frac{mg}{kR}$ ;
- (c) trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
- (d) determinare l'energia cinetica del sistema.



2) Determinare per quali valori di  $k \in \mathbb{R}$  la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = kqp \\ P(q, p) = \log(kp) - \log q \end{cases}$$

è canonica e trovarne una funzione generatrice del tipo  $F(q, P)$ .