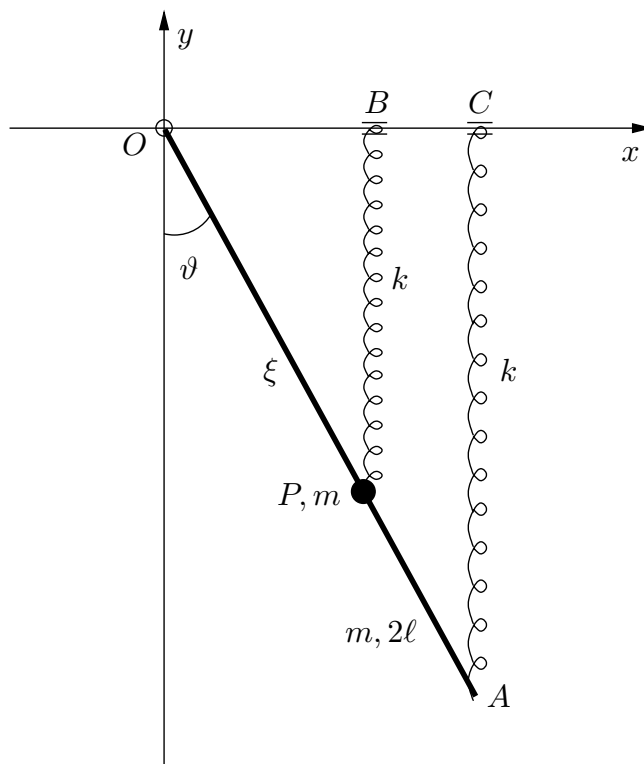


UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 5 luglio 2024

I) Un'asta OA omogenea di massa m e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno al suo vertice fisso O , origine di un riferimento cartesiano ortogonale Oxy . Sull'asta scorre un punto materiale P di massa m .

Su tutto il sistema agisce la forza peso. Inoltre, una forza elastica verticale di coefficiente $k > 0$ agisce tra il punto materiale P e il punto C posto sull'asse x , mentre sull'estremo A dell'asta agisce un'altra forza elastica verticale di coefficiente k e polo ancora sull'asse x . Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{k\ell}$, si chiede di:

1. trovare le posizioni di equilibrio ordinarie del sistema in funzione di λ ;
2. discuterne la stabilità;
3. trovare le eventuali posizioni di equilibrio di confine;
4. determinare la lagrangiana del sistema.



II) Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la trasformazione

$$\begin{cases} Q(q, p) = 1 + q^2 + kp \\ P(q, p) = \frac{p}{2q} - k - 1 \end{cases}$$

è canonica e trovare una funzione generatrice del tipo $F_2(q, P)$.

Nel caso in cui si abbia l'hamiltoniana $\mathcal{H}(q, p) = \frac{p^2}{2q^2} + q^2$, qual è l'espressione di $\tilde{\mathcal{H}}(Q, P)$?

Durata della prova: 90 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.