

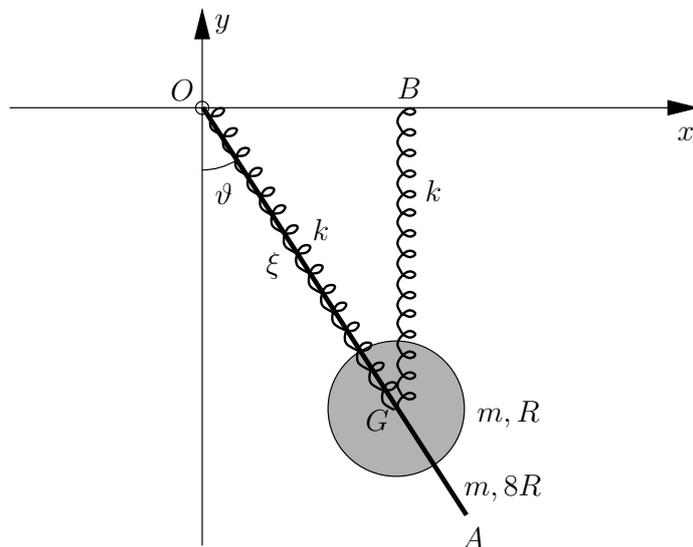
UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE
Prova scritta di Meccanica Analitica - 27 settembre 2024

I) Un sistema meccanico piano è formato da un'asta omogenea OA di massa m e lunghezza $8R$ su cui scorre il centro di massa G di un disco omogeneo di massa m e raggio R , in modo che G non possa mai abbandonare l'asta. L'estremo O è vincolato nell'origine di un sistema di riferimento cartesiano ortogonale Oxy e l'asta è libera di ruotare attorno ad esso.

Tutto il sistema è soggetto alla forza di gravità; inoltre sul centro G del disco agiscono due forze elastiche di coefficiente $k > 0$: una sempre verticale con polo il punto B sull'asse x e l'altra con polo l'origine.

Supposti i vincoli lisci e posto $\lambda = \frac{mg}{kR}$, si chiede di:

1. trovare tutte le posizioni di equilibrio del sistema;
2. discuterne la stabilità al variare di λ ;
3. discutere l'esistenza di posizioni di equilibrio di confine;
4. scrivere l'energia cinetica del sistema e la matrice \mathbb{K} dell'energia cinetica;



II) Si calcoli la matrice d'inerzia della figura, formata da un disco omogeneo di massa m e raggio R e un'asta omogenea di massa m posta su un suo diametro e diretta come la bisettrice del I-III quadrante, rispetto al sistema di riferimento indicato.

Si calcoli poi il momento d'inerzia della figura rispetto alla retta $x = 2y$.

