

Prova scritta di Sistemi Dinamici
Appello del 26 giugno 2014

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu^2(x - 2\mu)(x^2 + 4\mu^2 - 4)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità di tutte le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x + (2 - \mu)y + \mu z \\ \dot{y} = -x + \mu y \\ \dot{z} = 3z \end{cases}$$

al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$.

3. Dato il sistema dinamico **discreto** di tipo preda-predatore definito da

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h(2 - y_h) \\ y_{h+1} = y_h \left(\frac{3}{2} - 2y_h + x_h \right) \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio biologicamente accettabili e se ne studi la stabilità.

4. In un modello competitivo di dinamica di due popolazioni x e y di tipo Gomatam, il tasso di crescita della specie x segue la legge $2 - 2 \ln x - k \ln y$, mentre quello della specie y segue la legge $1 - 2 \ln xy$.

Si chiede di:

- trovare le posizioni di equilibrio e studiarne la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$;
- risolvere il sistema nel caso $k = 8$ con condizioni iniziali $x(0) = 1$, $y(0) = 1$.