

**Prova scritta di Sistemi Dinamici**  
**Appello del 18 luglio 2014**

1. Data la famiglia a un parametro di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x + 1 - e^\mu)(x - \mu)(x + \mu^2 - \mu)$$

si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare di  $\mu \in \mathbb{R}$  e si tracci il relativo diagramma di biforcazione.

2. Dato il sistema di equazioni differenziali

$$\begin{cases} \dot{x} = -\log(1 + y) \\ \dot{y} = x - y^3 \end{cases}$$

si studi la stabilità della posizione di equilibrio.

3. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale lineare

$$\begin{cases} x_{h+1} = (a - 2)x_h - 3y_h \\ y_{h+1} = x_h + (a + 3/2)y_h \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .

Nel caso  $a = 1/2$ ,  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 2$ , si trovi poi

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h, \quad \lim_{h \rightarrow \infty} y_h.$$

4. In un modello economico il prodotto interno lordo segue la legge

$$k\ddot{Y}(t) - (2 - k)\dot{Y}(t) + Y(t) = 3.$$

Si studi al variare di  $k \in \mathbb{R}$  la stabilità delle soluzioni del sistema del primo ordine corrispondente.

Si trovi poi la soluzione nel caso  $k = 8$  imponendo  $Y(0) = 1$  e  $\dot{Y}(0) = 0$ .