

**Prova scritta di Sistemi Dinamici**  
**Appello del 25 settembre 2014**

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - \sin \mu)(2x - \mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Studiare la stabilità della soluzione di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -\sin x - y \\ \dot{y} = \pi - x \end{cases}$$

3. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale lineare

$$\begin{cases} x_{h+1} = ax_h + y_h \\ y_{h+1} = (a-1)x_h + 2(a-1)y_h \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $a \in \mathbb{R}$ .

Nel caso  $a = 2$ ,  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 2$ , si trovi poi

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h, \quad \lim_{h \rightarrow \infty} y_h.$$

4. In un modello economico il prodotto interno lordo segue la legge

$$\ddot{Y}(t) - 3k\dot{Y}(t) + 2k^2Y(t) = 0.$$

Si studi al variare di  $k \in \mathbb{R}$  la stabilità delle soluzioni del sistema del primo ordine corrispondente.

Si trovi poi la soluzione nel caso  $k = 1$  imponendo  $Y(0) = 1$  e  $\dot{Y}(0) = 0$ .