

Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 26 giugno 2015

1. Una popolazione batterica dipendente dal parametro continuo x (concentrazione di un gene) evolve secondo l'equazione del primo ordine

$$\frac{\partial u}{\partial t} + xt \frac{\partial u}{\partial x} = f'(t)$$

dove la forzante esterna $f' > 0$ è la derivata di una funzione regolare f . Sapendo che $u(0, x) = e^{-x}$, si chiede di esprimere $u(t, x)$ e $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t, x)$ in funzione di f .

2. Studiare la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y \\ \dot{y} = -\sin^3 x. \end{cases}$$

3. I prezzi P_1 e P_2 di due beni in concorrenza sul mercato seguono la legge

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = -P_1 + k^2 P_2 \\ \dot{P}_2 = 2P_1 - kP_2 \end{cases}$$

dove k è un parametro reale. Si trovino le posizioni di equilibrio del mercato e se ne discuta la stabilità al variare del parametro.

4. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = y_h^2 - x_h^2 \\ y_{h+1} = 2x_h y_h \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità.

Si imposti poi il conto per verificare l'esistenza di un 2-ciclo e si provi a mostrare che il sistema non ne ammette.