

Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 2 settembre 2016

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu x(\mu^2 - x^2)(\mu^2 + x^2 - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2kx + y - z \\ \dot{y} = x + 2ky + z \\ \dot{z} = kz \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

3. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = x(6 - y) \\ \dot{y} = y(6x - 2) \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del sistema e se ne discuta la stabilità.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \frac{1}{4}(1 - x_h) + x_h^2 \\ x_0 \in \mathbb{R} \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità.

Si dica poi che cosa succede per $x_0 = 0$, $x_0 = 1/2$, $x_0 = 6/5$ mediante il diagramma della ragnatela.