

Prova scritta di Sistemi Dinamici Appello del 3 febbraio 2017

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(x^2 - \mu^2)(\mu + \sqrt{1 + x^2})$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Discutere la stabilità della soluzione di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = 2\mu x \\ \dot{y} = x + 2\mu y - 2z \\ \dot{z} = -2\mu x + y + z \end{cases}$$

al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$.

3. Studiare la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y^3 \\ \dot{y} = -4y - x - \sin z \\ \dot{z} = -2z + y^3. \end{cases}$$

4. I prezzi P_1 e P_2 di due beni in concorrenza sul mercato seguono la legge

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(6 - 3P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(2P_1 - 4) \end{cases}$$

Si trovino le posizioni di equilibrio del mercato e se ne discuta la stabilità.

5. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale definito da

$$x_{h+1} = x_h^2 + k$$

se ne trovino i punti di equilibrio e si discuta la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Nel caso $k = -2$ si trovi poi il ciclo di ordine 2 e si calcoli il valore di

$$\lim_{h \rightarrow \infty} x_h$$

per $x_0 = 3$.