

Appello di Sistemi Dinamici Prova scritta del 1 giugno 2018

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x - \mu)(\mu^2 - x^4)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si risolva il sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = x + 2y \end{cases}$$

al variare delle condizioni iniziali. Si scriva anche l'esponenziale della matrice

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Dato il sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = x(\alpha - y) \\ \dot{y} = y(x - 2) \end{cases}$$

dove α è un parametro reale, se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare del parametro.

4. Si studi il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = \alpha(x_h^2 - y_h^2) \\ y_{h+1} = \beta x_h y_h \end{cases}$$

al variare di $\alpha, \beta \neq 0$, trovandone i punti di equilibrio e studiandone la stabilità.

Si mostri poi che per $0 < \alpha < 2$ la posizione iniziale $(\frac{1}{2}, 0)$ tende all'origine.