

Appello di Sistemi Dinamici Prova scritta del 6 luglio 2018

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (|x| - |\mu|)(x^2 - \mu - 2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si trovi l'esponenziale della matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Si trovi poi la soluzione del sistema lineare

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$$

con le condizioni iniziali $x_0 = -1$, $y_0 = 1$.

3. Si studi la stabilità delle soluzioni di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 + y^2 - 2 \\ \dot{y} = y - x^2. \end{cases}$$

Si tracci poi il diagramma delle isocline e si provi a disegnare le traiettorie.

4. Un sistema dinamico discreto è dato da

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h(3 - ky_h) \\ y_{h+1} = y_h(x_h - 1) \end{cases}$$

con $k \in \mathbb{R}$. Se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro.