

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 10 settembre 2021

1. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 2y \\ \dot{y} = \sin(2x) - ky. \end{cases}$$

Si discuta la stabilità, anche asintotica, della posizione nulla al variare di $k \in \mathbb{R}$.

2. Si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha x - y \\ \dot{y} = 2\alpha x - \alpha y \end{cases}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, distinguendo tra nodi, fuochi, centri.

3. Dato il sistema dinamico discreto bidimensionale

$$\begin{cases} x_{h+1} = x_h(y_h + \sin x_h) \\ y_{h+1} = y_h^2 \end{cases}$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = x(|\mu| - e^x)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.