

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 24 settembre 2021

1. Si studi la stabilità delle posizioni di equilibrio del sistema differenziale

$$\begin{cases} \dot{x} = ax - y \\ \dot{y} = ax + 2ay \end{cases}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, distinguendo tra selle, nodi, fuochi, centri.

2. Un sistema si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{x} = -x^3 - 3ky \\ \dot{y} = \sin^3 x - ky. \end{cases}$$

Si discuta la stabilità, anche asintotica, della posizione nulla al variare di $k \in \mathbb{R}$.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h + k \sin x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$. Che cosa succede nel caso $k = \pm 2$?

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (\mu - 1)(x^2 - \mu)(2 - x^2 - \mu^2)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.