

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 14 gennaio 2022

1. La dinamica delle variazioni $P_1, P_2 \in \mathbb{R}$ di prezzo di due beni è descritta dal sistema

$$\begin{cases} \dot{P}_1 = P_1(1 - P_2) \\ \dot{P}_2 = P_2(P_1 - k). \end{cases}$$

Se ne trovino le posizioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$, $k \neq 0$. Nel caso $k = 0$ si tracci il diagramma delle isocline.

2. Dato il sistema in tre variabili

$$\begin{cases} \dot{x} = -2z - x(x^2 - y^2) \\ \dot{y} = y(x^2 - y^2) \\ \dot{z} = x - 5z \end{cases}$$

si studi la stabilità e l'eventuale stabilità asintotica della posizione nulla.

3. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(x_h - d) + x_h$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare del parametro $d \in \mathbb{R}$.

Nel caso $d = \frac{5}{2}$ si studi l'esistenza di 2-cicli.

4. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = \mu(x^2 - \mu - 1)(x^2 + \mu - 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.