

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

Prova scritta di Sistemi Dinamici - 10 giugno 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = (x^2 - \mu^2)(x^2 + \mu^2 - 2\mu)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro $\mu \in \mathbb{R}$ e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$ del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = x_{h+1} + k(k-1)x_h.$$

Si studi il sistema anche nel caso $k = 0$ e $k = 1$.

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla

$$\begin{cases} \dot{x} = -(k+1)x^3 + ky \\ \dot{y} = x^3 - ky \end{cases}$$

al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = x_h(k - x_h^2)$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di $k \in \mathbb{R}$.

Si trovino poi i valori di k affinché $\{\sqrt{3}; -\sqrt{3}\}$ sia un 2-ciclo.

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad alessandro.musesti@unicatt.it