

# UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL SACRO CUORE

## Prova scritta di Sistemi Dinamici - 1 luglio 2022

1. Data la famiglia di equazioni differenziali

$$\dot{x} = -x(\mu + x^2 - 1)(\mu - x^2 + 1)$$

si chiede di studiarne la stabilità delle posizioni di equilibrio al variare del parametro  $\mu \in \mathbb{R}$  e di tracciarne il diagramma di biforcazione.

2. Si studino i punti di equilibrio e la loro stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$  del sistema dinamico discreto del secondo ordine dato da

$$x_{h+2} = kx_{h+1} + 2k^2x_h.$$

Si studi il sistema anche nel caso  $k = 0$ .

3. Discutere la stabilità della soluzione nulla del sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = -kx - \sin y \\ \dot{y} = x - y \end{cases}$$

al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , distinguendo (quando possibile) tra nodi, fuochi, selle.

4. Dato il sistema dinamico discreto unidimensionale

$$x_{h+1} = kx_h - x_h^2$$

se ne trovino i punti di equilibrio e se ne studi la stabilità al variare di  $k \in \mathbb{R}$ .

Si trovino poi i valori di  $k$  affinché  $\left\{ \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$  sia un 2-ciclo.

---

Durata della prova: 60 minuti. Ricordarsi di scrivere il proprio nome e cognome su tutti i fogli e la matricola sulla prima facciata.

Se si è a casa, al termine della prova scansionare e spedire ad [alessandro.musesti@unicatt.it](mailto:alessandro.musesti@unicatt.it)